6.2 Het herhalen van kansexperimenten

Opgave 16:

a. $(\frac{5}{6})^4 = 0{,}482$

b. $(\frac{5}{6})^4 = 0{,}482$

Opgave 17:

a. $P(3\times \textit{appel en } 3\times \textit{peer}) = \left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \binom{6}{3} = 0{,}0819$

b. $P(\text{ minstens 1 appel}) = 1 - P(\text{ geen appel}) = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^6 = 0{,}9533$

c. $P(\text{ 3×banaan}) = \left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 \cdot \binom{6}{3} = 0{,}0819$

Opgave 18:

a. $P(\text{appel en banaan}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot 2 = 0{,}16$

b. $P(\text{geen banaan}) = \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 0{,}64$

c. $P(\text{2 verschillende}) = P(\text{ ab of ap of bp}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot 2 + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot 2 + \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot 2 = 0{,}64$

Opgave 19:

a. $P(\text{geen goed}) = 0{,}75^6 = 0{,}178$

b. $P(\text{2 goed}) = 0{,}25^2 \cdot 0{,}75^4 \cdot \binom{6}{2} = 0{,}297$

c. $P(\text{minstens 2 goed}) = 1 - P(\text{ hoogstens 1 goed}) = 1 - \left(0{,}75^6 + 0{,}75^5 \cdot 0{,}25 \cdot \binom{6}{1}\right) = 0{,}466$

Opgave 20:

a. $P(\text{3×mislukt}) = 0{,}72^3 = 0{,}373$

b. $P(\text{minstens 1×lukt}) = 1 - P(\text{ 0×lukt}) = 1 - 0{,}72^5 = 0{,}807$

c. $1 - 0{,}72^n > 0{,}95$

voer in: $y_1 = 1 - 0{,}72^x$

kijk in de tabel voor welke hele waarden van x geldt dat $y_1 > 0{,}95$

dat is voor $x \geq 10$

dus minstens 10 opstellingen

Opgave 21:

a. $0{,}4^3 \cdot 0{,}6^7 \cdot \binom{10}{3} = 0{,}215$

b. $P(\text{minstens } 2\times\text{juist}) = 1 - P(\text{ hoogstens } 1\times\text{juist}) = 1 - (0{,}6^{10} + 0{,}6^{9} \cdot 0{,}4 \cdot \binom{10}{6}) = 0{,}954$

Opgave 22:

a. $0{,}75^5 = 0{,}237$

b. $0{,}25^3 \cdot 0{,}75^2 \cdot \binom{5}{3} = 0{,}088$

c. $0{,}25^3 \cdot 0{,}25^2 \cdot \binom{5}{3} = 0{,}010$

d. $P(\text{minstens } 2\times\text{één}) = 1 - P(\text{ hoogstens } 1\times\text{één}) = 1 - (0{,}75^5 + 0{,}25 \cdot 0{,}75^9 \cdot \binom{5}{1}) = 0{,}367$

Opgave 23:

a. $P(3 \text{ vieren}) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 \cdot \binom{6}{3} = 0{,}054$

b. $P(\text{minstens 1 zes}) = 1 - P(\text{ geen zes}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^6 = 0{,}665$

c. $P(\text{zes verschillende}) = \left(\frac{1}{6}\right)^6 \cdot 6! = 0{,}015$

d. $P(2\times\text{zes en geen vijf}) = \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{6}\right)^4 \cdot \binom{6}{2} = 0{,}082$

Opgave 24:

a. $P(\text{som} = 6) = \frac{5}{36}$

b. $P(4\times\text{som} = 6) = \left(\frac{5}{36}\right)^4 \cdot \left(\frac{31}{36}\right)^4 \cdot \binom{8}{4} = 0{,}0143$

c. $P(\text{som minder dan } 5) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

$P(3\times\text{som minder dan } 5) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^5 \cdot \binom{8}{3} = 0{,}1042$

d. $P(\text{som} = 12) = \frac{1}{36}$

$P(\text{minstens } 1\times\text{som} = 12) = 1 - P(\text{ } 0\times\text{som} = 12) = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^n$

$1 - \left(\frac{35}{36}\right)^n > 0{,}75$

Voer in: $y_1 = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^x$

kijk in de tabel voor welke hele waarden van x geldt dat $y_1 > 0{,}75$
dat is voor $x \geq 50$
dus minstens 50 keer gooien

Opgave 25:

a. $P(\text{minstens } 1{\times}\text{zes}) = 1 - P(\text{ geen zes}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 = 0{,}5177$

b. $P(\text{dubbel zes}) = \frac{1}{36}$

$P(\text{minstens } 1{\times}\text{dubbel zes}) = 1 - P(\text{ geen dubbel zes}) = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^{24} = 0{,}4914$

Dit is verliesgevend omdat de kans kleiner is dan 0,5.

Opgave 26:

a. $P(4{\times}\text{zwart}) = \left(\frac{18}{38}\right)^4 = 0{,}0503$

b. $P(2{\times}\text{zwart en } 2{\times}\text{rood}) = \left(\frac{18}{38}\right)^2 \cdot \left(\frac{18}{38}\right)^2 \cdot \binom{4}{2} = 0{,}3021$

c. $P(\text{minstens } 1{\times}\text{wit}) = 1 - P(\text{ geen wit}) = 1 - \left(\frac{36}{38}\right)^4 = 0{,}1945$

d. $P(2{\times}\text{rood}) = \left(\frac{18}{38}\right)^2 \cdot \left(\frac{20}{38}\right)^2 \cdot \binom{4}{2} = 0{,}3729$

e. $P(\text{minstens } 3{\times}\text{rood}) = \left(\frac{18}{38}\right)^3 \cdot \left(\frac{20}{38}\right)^2 \cdot \binom{5}{3} + \left(\frac{18}{38}\right)^4 \cdot \left(\frac{20}{38}\right) \cdot \binom{5}{4} + \left(\frac{18}{38}\right)^5 = 0{,}4507$

Opgave 27:

a. $0{,}8^5 = 0{,}328$

b. $P(\text{minstens 1 foto}) = 1 - P(\text{ geen foto}) = 1 - 0{,}8^6 = 0{,}738$

c. $0{,}2^2 \cdot 0{,}8^6 \cdot \binom{8}{2} = 0{,}294$

Opgave 28:

a. als de eerste knikker wit is, dan zitten er daarna nog maar 4 knikkers in de vaas, waarvan er nog 1 wit is, dus $\frac{1}{4}$.

b. $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{3}$

c. $P(\text{w r}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{20} = 0{,}3$

Opgave 29:

a. $P(\text{r w}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{15}{56} = 0{,}268$

b. $P(\text{r r w w}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{5} = 0{,}107$

Opgave 30:

a. $\frac{\binom{8}{3}}{\binom{10}{3}} \cdot \frac{\binom{2}{1}}{\binom{7}{1}} = 0{,}133$

b. $\frac{\binom{8}{5}}{\binom{10}{5}} \cdot \frac{\binom{2}{1}}{\binom{5}{1}} = 0{,}089$

c. $\frac{\binom{8}{3} \cdot \binom{2}{1}}{\binom{10}{4}} \cdot \frac{\binom{1}{1}}{\binom{6}{1}} = 0{,}089$

Opgave 31:

a. $0{,}6^2 = 0{,}36$

b. $0{,}4 \cdot 0{,}6^2 = 0{,}144$

c. P(GLL of LGL of LGG of GLG)= $0{,}4 \cdot 0{,}6^2 \cdot 2 + 0{,}6 \cdot 0{,}4^2 \cdot 2 = 0{,}48$

Opgave 32:

a. $0{,}65^2 = 0{,}4225$

b. $0{,}65^2 + 0{,}35^2 = 0{,}545$

c. $0{,}65^2 + 0{,}65^2 \cdot 0{,}35 \cdot 2 = 0{,}718$

Opgave 33:

a. $0{,}4 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}3 = 0{,}084$

b. $0{,}4 \cdot 0{,}7^3 = 0{,}1372$

Opgave 34:

a. $\left(\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \frac{1}{4} = 0{,}1055$

b. $\left(\frac{3}{4}\right)^5 \cdot \frac{1}{4} = 0{,}0593$

c. $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = 0{,}4375$

d. $P(\text{minstens } 3\times) = 1 - P(\text{ hoogstens } 2\times) = 1 - 0{,}4375 = 0{,}5625$

Opgave 35:

a. een jaar heeft 365 dagen, dus heb je meer dan 365 personen dan zijn er altijd minstens twee personen op dezelfde dag jarig

b. de eerste persoon kan uit 365 dagen kiezen
de tweede persoon kan nog maar uit 364 dagen kiezen
de derde persoon kan nog maar uit 363 dagen kiezen

c. $\frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot \frac{362}{365} \cdot \frac{361}{365} = 0{,}973$

d. $1 - P(\text{ allemaal verschillende dagen}) = 1 - 0{,}973 = 0{,}027$

e. $1 - P(\text{ allemaal verschillende dagen }) = 1 - \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot \ldots \cdot \frac{336}{365} =$

$1 - (365 n\,\text{Pr}\,30) : (365\text{^}30) = 0{,}706$

f. hierbij is de voorwaarde dat de tweede persoon op dezelfde dag jarig is als Johnny Carson, terwijl in de groep van 40 personen de kans wordt uitgerekend dat minstens twee willekeurige personen op dezelfde dag jarig zijn. Dus Johnny Carson hoeft niet één van deze twee personen te zijn.