

12.3 Optimaliseren

Opgave 26:

- a. $L = 4h + 4 \cdot 2x + 4x = 4h + 12x$
b. $4h + 12x = 9$
 $4h = 9 - 12x$
 $h = 2\frac{1}{4} - 3x$

Opgave 27:

$$\begin{aligned}L &= 3x + 12 + 2y + 3x = 160 \\6x + 12 + 2y &= 160 \\2y &= 148 - 6x \\y &= 74 - 3x \\Opp &= y \cdot (3x + 12) \\&= (74 - 3x)(3x + 12) \\&= 222x + 888 - 9x^2 - 36x \\&= -9x^2 + 186x + 888\end{aligned}$$

Opgave 28:

$$\begin{aligned}L &= x + y + x + 4 + y - 3 = 80 \\2x + 2y &= 79 \\2y &= 79 - 2x \\y &= 39,5 - x \\Opp &= (x + 10)(y + 3) \\&= (x + 10)(39,5 - x + 3) \\&= (x + 10)(42,5 - x) \\&= 42,5x - x^2 + 425 - 10x \\&= -x^2 + 32,5x + 425\end{aligned}$$

Opgave 29:

- a. $A = x \cdot y = 600$
 $y = \frac{600}{x}$
 $Omtrek = 2x + 2y = 2x + 2 \cdot \frac{600}{x} = 2x + \frac{1200}{x}$
- b. $Inh = x^2 h = 10$
 $h = \frac{10}{x^2}$
 $Omtrek = 2x + 2h = 2x + 2 \cdot \frac{10}{x^2} = 2x + \frac{20}{x^2}$

Opgave 30:

- a. $L = x + y + x + 6 = 200$
 $y = 194 - 2x$
 $Opp = y \cdot (x + 6) = (194 - 2x)(x + 6) = 194x + 1164 - 2x^2 - 12x = -2x^2 + 182x + 1164$

b. $Opp = y \cdot (x + 6) = 2000$

$$y = \frac{2000}{x + 6}$$

$$L = 2x + y + 6 = 2x + \frac{2000}{x + 6} + 6$$

Opgave 31:

a. $L = 4 \cdot 2x + 4x + 4h = 40$

$$12x + 4h = 40$$

$$4h = 40 - 12x$$

$$h = 10 - 3x$$

$$Inh = 2x \cdot x \cdot h = 2x^2 \cdot (10 - 3x) = 20x^2 - 6x^3$$

b. $Inh = 2x^2h = 40$

$$h = \frac{20}{x^2}$$

$$P = 4x + 2h = 4x + 2 \cdot \frac{20}{x^2} = 4x + \frac{40}{x^2}$$

Opgave 32:

neem $y_1 = 4\frac{1}{2}x^2 - 6x^3$

de optie maximum geeft: $x = 0,5$

$$Inh = 0,375 \text{ dm}^2$$

Opgave 33:

$$L = 4x + 2y = 400$$

$$2y = 400 - 4x$$

$$y = 200 - 2x$$

$$Opp = xy = x \cdot (200 - 2x) = 200x - 2x^2$$

$$Opp' = 200 - 4x = 0$$

$$-4x = -200$$

$$x = 50 \text{ dus } y = 100$$

de oppervlakte is maximaal als de afmetingen 100 bij 50 meter zijn

Opgave 34:

$$L = 8x + 4h = 12$$

$$4h = 12 - 8x$$

$$h = 3 - 2x$$

$$Inh = x^2h = x^2 \cdot (3 - 2x) = 3x^2 - 2x^3$$

$$Inh' = 6x - 6x^2 = 0$$

$$6x(1 - x) = 0$$

$$x = 0 \quad \vee \quad x = 1$$

$$x = 1 \text{ dus } h = 1$$

dus de afmetingen zijn 1 bij 1 bij 1 meter

Opgave 35:

$$h = 3 - 2x \text{ (zie opgave 34)}$$

$$Opp = 4xh = 4x(3 - 2x) = 12x - 8x^2$$

$$Opp' = 12 - 16x = 0$$

$$-16x = -12$$

$$x = 0,75 \text{ dus } h = 1,5$$

dus de afmetingen zijn: 0,75 bij 0,75 bij 1,5 meter

Opgave 36:

$$L = x + y + x - 8 = 200$$

$$y = 208 - 2x$$

$$Opp = xy = x(208 - 2x) = 208x - 2x^2$$

$$Opp' = 208 - 4x = 0$$

$$-4x = -208$$

$$x = 52 \text{ dus } y = 104$$

dus de afmetingen zijn: 52 bij 104 meter

Opgave 37:

a. $L = 2(x + 3) + 2x + 4h = 26$

$$2x + 6 + 2x + 4h = 26$$

$$4h = 20 - 4x$$

$$h = 5 - x$$

$$Inh = x(x + 3)h = (x^2 + 3x)(5 - x) = 5x^2 - x^3 + 15x - 3x^2 = -x^3 + 2x^2 + 15x$$

b. $Inh' = -3x^2 + 4x + 15$

$$Inh'(3) = -27 + 12 + 15 = 0$$

c. $Inh = 36 \text{ dm}^3$

Opgave 38:

a. $Inh = x^2h = 12$

$$h = \frac{12}{x^2}$$

$$K = 0,5x^2 + 0,25x^2 + 4 \cdot 0,25 \cdot xh = 0,75x^2 + x \cdot \frac{12}{x^2} = 0,75x^2 + \frac{12}{x}$$

b. $K = 0,75x^2 + 12x^{-1}$

$$K' = 1,5x - 12x^{-2} = 1,5x - \frac{12}{x^2} = 0$$

$$1,5x = \frac{12}{x^2}$$

$$1,5x^3 = 12$$

$$x^3 = 8$$

$$x = 2 \text{ dus } h = 3$$

de kosten zijn minimaal als de afmetingen 2 bij 2 bij 3 meter zijn

Opgave 39:

a. $Inh = 2x \cdot x \cdot h = 72$

$$h = \frac{36}{x^2}$$

$$K = 0,4 \cdot 2x \cdot x + 2 \cdot 0,2 \cdot 2x \cdot h + 2 \cdot 0,2 \cdot x \cdot h = 0,8x^2 + 1,2xh$$

$$K = 0,8x^2 + 1,2x \cdot \frac{36}{x^2} = 0,8x^2 + \frac{43,2}{x} = 0,8x^2 + \frac{126}{5x}$$

$$b. \quad K' = 1,6x - 43,2x^{-2} = 1,6x - \frac{43,2}{x^2} = 0$$

$$1,6x = \frac{43,2}{x^2}$$

$$1,6x^3 = 43,2$$

$$x^3 = 27$$

$$x = 3 \text{ dus } h = 4$$

dus de afmetingen zijn 6 bij 3 bij 4 meter

Opgave 40:

$$Inh = x^2 h = 16$$

$$h = \frac{16}{x^2}$$

$$Opp = x^2 + 4xh = x^2 + 4x \cdot \frac{16}{x^2} = x^2 + \frac{64}{x}$$

$$Opp' = 2x - 64x^{-2} = 2x - \frac{64}{x^2} = 0$$

$$2x = \frac{64}{x^2}$$

$$2x^3 = 64$$

$$x^3 = 32$$

$$x = \sqrt[3]{32} = 3,17 \text{ dm} = 317 \text{ mm}$$

$$h = 1,59 \text{ dm} = 159 \text{ mm}$$

dus de afmetingen zijn: 317 bij 317 bij 159 mm

Opgave 41:

$$a. \quad Inh = \pi r^2 h = 1000$$

$$h = \frac{1000}{\pi r^2}$$

$$Opp = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot \frac{1000}{\pi r^2} = 2\pi r^2 + \frac{2000}{r}$$

$$b. \quad Opp' = 4\pi r - 2000r^{-2} = 4\pi r - \frac{2000}{r^2} = 0$$

$$4\pi r = \frac{2000}{r^2}$$

$$4\pi r^3 = 2000$$

$$r^3 = \frac{500}{\pi}$$

$$r = 5,4 \text{ cm} = 54 \text{ mm}$$

$$h = 10,8 \text{ cm} = 108 \text{ mm}$$