13.3 De normale verdeling

Opgave 25:

a. $Opp = normalcdf(100{,}10^{99},80{,}12) = 0{,}048$

b. $a = invnorm(0.35{,}80{,}12) = 75{,}38$

c. $b = invnorm(0.92{,}80{,}12) = 96{,}86$

d. $normalcdf(-10^{99},2.1{,}1.8,\sigma) = 0{,}7$

neem $y_1 = normalcdf(-10^{99},2.1{,}1.8, X)$

kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 = 0{,}7$

dat is voor $x = 0{,}57$ dus $\sigma = 0{,}57$

Opgave 26:

a. $P(x > 1000) = normalcdf(1000{,}10^{99},1005{,}6) = 0{,}798$ dus $79{,}8\%$

b. $P(X < 1001 \quad \vee \quad X > 1009) = 2 \cdot normalcdf(-10^{99},1001{,}1005{,}6) = 0{,}505$ dus $50{,}5\%$

c. $P(X < 1000) = normalcdf(-10^{99},1000,\mu,8) \leq 0{,}02$

neem $y_1 = normalcdf(-10^{99},1000, X,8)$

kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 \leq 0{,}02$

dat is voor $x = 1016{,}5$ dus $\mu = 1016{,}5$

Opgave 27:

a. $P(60{,}0 < X < 70{,}0) = normalcdf(60{,}70{,}65.8{,}9.2) = 0{,}412$ dus $41{,}2\%$

b. $a = invnorm(0.15{,}65.8{,}9.2) = 56{,}3$ dus tot de score 56,3

c. $b = invnorm(0.4{,}65.8{,}9.2) = 63{,}5$ dus vanaf 56,3 tot 63,5

Opgave 28:

a. omdat $P_{20} = 28$ en $P_{80} = 40$ geldt $\mu = 34$

$P(X \leq 28) = normalcdf(-10^{99},28{,}34,\sigma) = 0{,}2$

neem $y_1 = normalcdf(-10^{99},28{,}34, X)$

kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 = 0{,}2$

dat is voor $x = 7{,}13$ dus $\sigma = 7{,}13$

b. $P(X > 42{,}8) = normalcdf(42.8{,}10^{99},34{,}7.13) = 0{,}109$ dus $10{,}9\%$

c. $a = invnorm(0.05{,}34{,}7.13) = 22{,}3$

je wordt opgeroepen tot 22,3 kg

d. $P_{95} = invnorm(0.95{,}34{,}7.13) = 45{,}7$ kg

Opgave 29:

a. $P(X > 42) = normalcdf(42{,}10^{99},34{,}7.13) = 0{,}131$

b. $P(Y \geq 1) = 1 - P(Y = 0) = 1 - binompdf(10{,}0.131{,}0) = 0{,}754$

c. $P(X < 32) = normalcdf(-10^{99},32{,}34{,}7.13) = 0{,}390$

$P(Y \geq 6) = 1 - P(Y \leq 5) = 1 - binomcdf(10{,}0.390{,}5) = 0{,}149$

Opgave 30:

a. $P(X > 180) = normalcdf(180{,}10^{99}{,}160{,}15) = 0{,}0912$

$P(Y \geq 10) = 1 - P(Y \leq 9) = 1 - binomcdf(80{,}0.0912{,}9) = 0{,}192$

b. $P(X < 150) = normalcdf(-10^{99}{,}150{,}160{,}15) = 0{,}252$

dus $0{,}252 \cdot 180 = 45$

c. $P(X > 165) = normalcdf(165{,}10^{99}{,}160{,}15) = 0{,}369$

$P(Y \geq 5) = 1 - P(Y \leq 4) = 1 - binomcdf(n{,}0.369{,}4) > 0{,}99$

neem $y_1 = 1 - binomcdf(X{,}0.369{,}4)$

kijk in de tabel voor welke *x* geldt dat $y_1 > 0{,}99$

dat is voor $x \geq 28$ dus minstens 28 handelingen

Opgave 31:

a. $a = 68 \quad b = 95$

b. $\mu = 62{,}5$

$normalcdf(-10^{99}{,}58{,}62.5{,}\sigma) = 0{,}025$

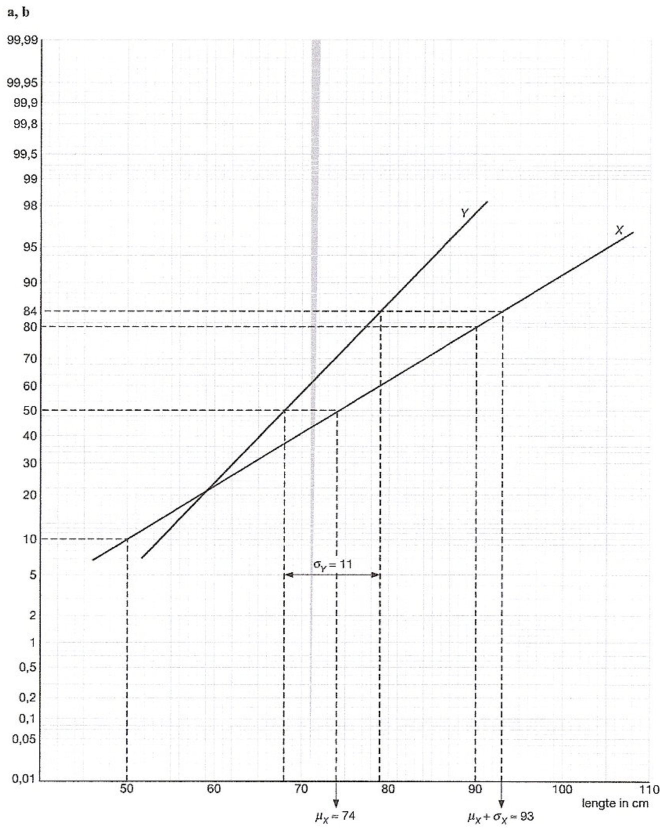
neem $y_1 = normalcdf(-10^{99}{,}58{,}62.5{,}X)$

kijk in de tabel voor welke *x* geldt dat $y_1 = 0{,}025$

dat geldt voor $x = 2{,}3$ dus $\sigma = 2{,}3$

Opgave 32:

a.



$\mu_X = 74 \quad \sigma_X = 93 - 74 = 19$

b. in deze uitwerking is $\mu_Y = 68$ en $\sigma_Y = 11$ gebruikt, dit staat verkeert in de eerste oplage van het boek.

c. het snijpunt is het punt $(59,21)$, dus van beide toevalsvariabelen ligt 21% onder de 59.

Opgave 33:

a. ja, zie figuur 13.9 in het boek.

b. nee, $\sigma_{-X} = \sigma_X$ want de standaardafwijking is altijd positief

Opgave 34:

$\mu_{X+Y} = \mu_X + \mu_Y = 170 + 110 = 280$

$\sigma_{X+Y} = \sqrt{\sigma_X{}^2 + \sigma_Y{}^2} = \sqrt{12^2 + 8^2} = \sqrt{208}$

$P(X+Y > 300) = normalcdf(300{,}10^{99}{,}280{,}\sqrt{208}) = 0{,}083$ dus $8{,}3\%$

Opgave 35:

$\mu_{X+Y} = \mu_X + \mu_Y = 5 + 248 = 253$

$\sigma_{X+Y} = \sqrt{\sigma_X{}^2 + \sigma_Y{}^2} = \sqrt{0{,}3^2 + 12^2} = \sqrt{144{,}09}$

$P(X+Y > 250) = normalcdf(250{,}10^{99}.253{,}\sqrt{144{,}09}) = 0{,}599$ dus $59{,}9\%$

Opgave 36:

$\mu_{d_1+d_2} = \mu_{d_1} + \mu_{d_2} = 45 + 130 = 175$

$\sigma_{d_1+d_2} = \sqrt{\sigma_{d_1}{}^2 + \sigma_{d_2}{}^2} = \sqrt{12^2 + 10^2} = \sqrt{244}$

$P(d_1 + d_2 > 200) = normalcdf(200{,}10^{99}{,}175{,}\sqrt{244}) = 0{,}055$

Opgave 37:

a. $bout > moer$ dus $X > Y$

$X - Y > 0$

$\mu_{X-Y} = \mu_X - \mu_Y = 13{,}2 - 13{,}5 = -0{,}3$

$\sigma_{X-Y} = \sqrt{\sigma_X{}^2 + \sigma_Y{}^2} = \sqrt{0{,}1^2 + 0{,}2^2} = \sqrt{0{,}05}$

$P(X - Y > 0) = normalcdf(0{,}10^{99}{,}-0.3{,}\sqrt{0.05}) = 0{,}090$ dus $9{,}0\%$

b. $\mu_{X-Y} = \mu_X - \mu_Y = 13{,}2 - \mu_Y$

$\sigma_{X-Y} = \sqrt{0{,}05}$

$P(X - Y > 0) = normalcdf(0{,}10^{99}{,}13.2 - \mu_Y{,}\sqrt{0.05}) = 0{,}03$

neem $y_1 = normalcdf(0{,}10^{99}{,}13.2 - X{,}\sqrt{0.05})$

kijk in de tabel voor welke *x* geldt dat $y_1 = 0{,}03$

dat is voor $x = 13{,}62$ dus $\mu_Y = 13{,}62$

Opgave 38:

a. Elo-rating van van de Avoird is X, die van Thijssen Y

$X > Y$ dus $X - Y > 0$

$\mu_{X-Y} = \mu_X - \mu_Y = 2170 - 1920 = 250$

$\sigma_{X-Y} = \sqrt{\sigma_X{}^2 + \sigma_Y{}^2} = \sqrt{200^2 + 200^2} = \sqrt{80000}$

$P(X - Y > 0) = normalcdf(0{,}10^{99}{,}250{,}\sqrt{80000}) = 0{,}812$ dus 81%

b. van de Avoird: $R_{nieuw} = 2170 + 10 \cdot (0{,}5 - 0{,}81) = 2167$

Thijssen: $R_{nieuw} = 1920 + 10 \cdot (0{,}5 - 0{,}19) = 1923$

c. Elo-rating van de Keijzer is X en die van Mol Y

$X > Y$ dus $X - Y > 0$

$\mu_{X-Y} = \mu_X - \mu_Y = 2060 - 1870 = 190$

$\sigma_{X-Y} = \sqrt{80000}$

$P(X - Y > 0) = normalcdf(0{,}10^{99}{,}190{,}\sqrt{80000}) = 0{,}749$

de Keijzer: $R_{nieuw} = 2060 + 10 \cdot (1 - 0{,}749) = 2063$

Mol: $R_{nieuw} = 1870 + 10 \cdot (0 - 0{,}251) = 1867$

Opgave 39:

a. $X < Y$ dus $X - Y < 0$

$\mu_{X-Y} = \mu_X - \mu_Y = 1015 - 1005 = 10$

$\sigma_{X-Y} = \sqrt{\sigma_X{}^2 + \sigma_Y{}^2} = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{80}$

$P(X - Y < 0) = normalcdf(-10^{99}{,}0{,}10{,}\sqrt{80}) = 0{,}132$ dus 13,2%

b. $\mu_{X-Y} = \mu_X - \mu_Y = 1015 - \mu_Y$

$\sigma_{X-Y} = \sqrt{80}$

$P(X - Y < 0) = normalcdf(-10^{99}{,}0{,}1015 - \mu_Y{,}\sqrt{80}) \le 0{,}002$

neem $y_1 = normalcdf(-10^{99}{,}0{,}1015 - X{,}\sqrt{80})$

kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 \le 0{,}002$

dat is voor $x = 989{,}3$ dus $\mu_Y = 989{,}3$

Opgave 40:

a. $\mu_{X-Y} = \mu_X - \mu_Y = 0$

$\sigma_{X-Y} = \sqrt{\sigma_X{}^2 + \sigma_Y{}^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72}$

$P(X - Y < -15 \quad \vee \quad X - Y > 15) = 2 \cdot P(X - Y > 15) =$

$2 \cdot normalcdf(15{,}10^{99}{,}0{,}\sqrt{72}) = 0{,}077$

b. $P(Z \ge 2) = 1 - P(Z \le 1) = 1 - binomcdf(12{,}0.077{,}1) = 0{,}235$

Opgave 41:

$\mu_{tot} = 12 + 8 + 20 + 18 = 58$

$\sigma_{tot} = \sqrt{0{,}5^2 + 0{,}3^2 + 0{,}8^2 + 1{,}6^2} = \sqrt{3{,}54}$

$P(totaal > 60) = normalcdf(60{,}10^{99}{,}58{,}\sqrt{3{,}54}) = 0{,}144$ dus 14,4%

Opgave 42:

a. $\mu_{tot} = 18 + 7 + 15 = 40$

$\sigma_{tot} = \sqrt{2{,}5^2 + 1{,}25^2 + 2^2} = \sqrt{11{,}8125}$

$P(totaal > 45) = normalcdf(45{,}10^{99}{,}40{,}\sqrt{11{,}8125}) = 0{,}073$

b. $P(totaal > 50) = normalcdf(50{,}10^{99}{,}40{,}\sqrt{11{,}8125}) = 0{,}0018$

$P(X \ge 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - binompdf(35{,}0.0018{,}0) = 0{,}061$

c. $P(t < a) = invnorm(0.98{,}40{,}\sqrt{11{,}8125}) = 47{,}1 = 47$ min en 4 sec dus voor 7.27 uur en 56 sec , dus uiterlijk 7.27 uur

d. $P(t < 40) = normalcdf(-10^{99}, 40, \mu_I + 22, \sqrt{11{,}8125}) = 0{,}90$

neem $y_1 = normalcdf(-10^{99}, 40, X + 22, \sqrt{11{,}8125})$

kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 = 0{,}9$

dat is voor $X = 13{,}6$ dus $\mu_I = 13{,}6$ min=13 min en 36 sec