

13.2 Toepassingen van de tweede afgeleide

Opgave 13:

- a. $\frac{dC}{dt} = -0,0012t^2 + 0,08t + 0,28$
- b. $\frac{dC}{dt}$ geeft de verandering van de concentratie op een tijdstip
- c. $\left[\frac{dC}{dt}\right]' = -0,0024t + 0,08 = 0$
 $-0,0024t = -0,08$
 $t = 33\frac{1}{3}$

Opgave 14:

$$T' = 80e^{-0,2t} \cdot -0,2 = -16e^{-0,2t}$$

$$T'' = -16e^{-0,2t} \cdot -0,2 = 3,2e^{-0,2t}$$

voor iedere t geldt dat $T' < 0$ en $T'' > 0$ dus er is sprake van een afnemende daling

Opgave 15:

- a. $100e^{-0,01t^2} = 50$
neem $y_1 = 100e^{-0,01x^2}$ en $y_2 = 50$
intersect geeft $x = 8,33$ dus na 500 seconden
- b. $V' = 100e^{-0,01t^2} \cdot -0,02t = -2t \cdot e^{-0,01t^2}$
 $V'' = -2e^{-0,01t^2} + -2t \cdot e^{-0,01t^2} \cdot -0,02t$
 $= -2e^{-0,01t^2} + 0,04t^2 \cdot e^{-0,01t^2}$
 $= (-2 + 0,04t^2) \cdot e^{-0,01t^2} = 0$
 $0,04t^2 = 2 \quad \vee \quad e^{-0,01t^2} = 0$
 $t^2 = 50 \quad \text{k.n.}$
 $t = \sqrt{50}$ dus na 424 seconden
- c. $V'(\sqrt{50}) = -2\sqrt{50} \cdot e^{-0,5}$
dus $V' = -2t \cdot e^{-0,01t^2} = -\sqrt{50} \cdot e^{-0,5}$
neem $y_1 = -2x \cdot e^{-0,01x^2}$ en $y_2 = -\sqrt{50} \cdot e^{-0,5}$
intersect geeft: $x = 13,588$ dus dat is na 815 seconden
dus $815 - 424 = 391$ seconden na het in opgave b genoemde tijdstip

Opgave 16:

- a. $N' = e^{-0,1t^3+0,5t^2} \cdot (-0,3t^2 + t) = 0$
 $e^{-0,1t^3+0,5t^2} = 0 \quad \vee \quad -0,3t^2 + t = 0$
k.n. $t(-0,3t + 1) = 0$
 $t = 0 \quad \vee \quad -0,3t = -1$
 $t = 3\frac{1}{3}$
dus na $3\frac{1}{3} \cdot 24 = 80$ uur
- b. neem $y_1 = (-0,3x^2 + x) \cdot e^{-0,1x^3+0,5x^2}$
de optie maximum geeft: $x = 2,41$ en $y = 3,0$

dus na $2,41 \cdot 24 = 58$ uur

de snelheid is dan 3 miljard per dag = 125 miljoen per uur

c. 100 uur is $t = 4\frac{1}{6}$

$$N'(4\frac{1}{6}) = -4,4 \text{ miljard per dag} = -3074 \text{ duizend per minuut}$$

d. 110 uur is $t = 4\frac{7}{12}$

$$N'(4\frac{7}{12}) = -4,12 < 0$$

$$N'' = (-0,6t + 1) \cdot e^{-0,1t^3 + 0,5t^2} + (-0,3t^2 + t) \cdot e^{-0,1t^3 + 0,5t^2} \cdot (-0,3t^2 + 0,1t)$$

$$N''(4\frac{7}{12}) = 2,89 > 0 \text{ dus afnemend dalend}$$

Opgave 17:

$$f(x) = (x^2 - 3)(x^2 - 5) = x^4 - 8x^2 + 15$$

$$f'(x) = 4x^3 - 16x$$

$$f''(x) = 12x^2 - 16$$

$$f''(1) = -4 \text{ dus er is sprake van een toenemende daling}$$

Opgave 18:

$$f(x) = \frac{2x+1}{x^2+1}$$

$$f'(x) = \frac{(x^2+1) \cdot 2 - (2x+1) \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{2x^2+2-4x^2-2x}{(x^2+1)^2} = \frac{-2x^2-2x+2}{(x^2+1)^2}$$

$$f''(x) = \frac{(x^2+1)^2 \cdot (-4x-2) - (-2x^2-2x+2) \cdot 2 \cdot (x^2+1) \cdot 2x}{(x^2+1)^4}$$
$$= \frac{(x^2+1)(-4x-2) - 4x(-2x^2-2x+2)}{(x^2+1)^3}$$

$$f'(-3) = -0,1 \text{ en } f''(-3) = -0,02 \text{ dus een toenemende daling}$$

$$f'(0) = 2 \text{ en } f''(0) = -2 \text{ dus een afnemende stijging}$$

$$f'(1) = -0,5 \text{ en } f''(1) = -0,5 \text{ dus een toenemende daling}$$

Opgave 19:

a. $\frac{s(3) - s(1)}{3 - 1} = \frac{2,1 - 0,3}{2} = 0,9 \text{ m/s}$

b. $v = s' = 0,4t + 0,1$

c. $v(4) = 1,7 \text{ m/s}$

$$v(5) = 2,1 \text{ m/s}$$

d. $0,4 \text{ m/s}$

$$v(6) - v(5) = 2,5 - 2,1 = 0,4 \text{ m/s}$$

e. $v' = 0,4$ dus de verandering van de snelheid is constant

Opgave 20:

Op het moment dat de versnelling 0 is, verandert de snelheid niet meer, dus dan is de snelheid maximaal.

Opgave 21:

- a. $s(300) = 5040 \text{ m}$
- b. $v_{\text{gem}} = \frac{s(300) - s(0)}{300} = \frac{5040}{300} = 16,8 \text{ m/s} = 60 \text{ km/u}$
- c. $v(166\frac{2}{3}) = 23\frac{1}{3} \text{ m/s} = 84 \text{ km/u}$

Opgave 22:

- a. $v_{\text{gem}} = \frac{s(600) - s(0)}{600} = \frac{4320}{600} = 7,2 \text{ m/s} = 26 \text{ km/u}$
- b. $v = -0,00012t^2 + 0,072t$
 $v' = -0,00024t + 0,072 > 0$
 $-0,00024t > -0,072$
 $t < 300$
- c. $v' = 0$ voor $t = 300$
 $v(300) = 10,8 \text{ m/s} = 39 \text{ km/u}$
- d. $v' = -0,00024t + 0,072 < 0,02$
 $-0,00024t < -0,052$
 $t > 216\frac{2}{3}$

Opgave 23:

- a. $s(50) = 1125 \text{ m}$
- b. $v(t) = 0,009t^2 - t + 40$
 $v'(t) = 0,018t - 1 < 0$
 $0,018t < 1$
 $t < 55,6$ dus de snelheid neemt af tot $t = 55,6$
- c. $v'(t) = 0,018t - 1 = 0$ geeft $t = 55\frac{5}{9}$
 $v(55\frac{5}{9}) = 12\frac{2}{9} \text{ m/s} = 44 \text{ km/u}$
- d. $s(100) = 2000$
dus $v_{\text{gem}} = \frac{2000}{100} = 20 \text{ m/s}$
 $0,009t^2 - t + 40 = 20$
neem $y_1 = 0,009x^2 - x + 40$ en $y_2 = 20$
intersect geeft $x = 26,2 \vee x = 85,0$
dus op $t = 26$ en $t = 85$ is de snelheid gelijk aan de gemiddelde snelheid op de eerste 100 seconden
- e. $-0,2 < 0,018t - 1 < 0,2$
 $0,8 < 0,018t < 1,2$
 $44\frac{4}{9} < t < 66\frac{2}{3}$
dus gedurende $66\frac{2}{3} - 44\frac{4}{9} = 22$ seconden

Opgave 24:

- a. $v(t) = s'(t) = -t^2 + 12t$
 $a(t) = v'(t) = -2t + 12$
- b. $v(t) = A(t)$ dus je moet de formule van $a(t)$ primitiveren

$$v(t) = -1\frac{1}{2}t^2 + 10t + c$$

je weet de constante c nog niet

Opgave 25:

a. de versnelling is gemiddeld: $0,5 \cdot 5 = 2,5 \frac{m}{s^2}$

de versnelling duurt 10 seconden, dus de snelheid neemt toe van 0 tot $10 \cdot 2,5 = 25 \frac{m}{s}$

$$Opp(W) = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5 = 25$$

dus $Opp(W) = v(10)$

b. $a(t) = -\frac{1}{2}t + 5$

$$Opp(W) = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5 = 25$$

$$v(t) = -\frac{1}{4}t^2 + 5t$$

$$v(10) = 25 = Opp(W)$$

c. nee, want $v(10) = 27$

Opgave 26:

a. $a(t) = -t^2 + 6t$

$$v(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 3t^2$$

$$v(6) = 36 \frac{m}{s}$$

b. $s(t) = -\frac{1}{12}t^4 + t^3$

$$s(6) = 108 \text{ m}$$

c. $s(10) = s(6) + 4 \cdot 36 = 108 + 4 \cdot 36 = 252 \text{ m}$

d. $108 + 36(t - 6) = 500$

$$108 + 36t - 216 = 500$$

$$36t = 608$$

$$t = 16\frac{8}{9}$$

Opgave 27:

a. $72 \frac{km}{u} = 20 \frac{m}{s}$

$$v(0) = 20 \text{ en } v(t_r) = 0$$

b. $\frac{1}{2} \cdot t_r \cdot 20 = 30$

$$10t_r = 30$$

$$t_r = 3 \text{ sec}$$

Opgave 28:

a. $108 \frac{km}{u} = 30 \frac{m}{s}$

$$\text{remweg} = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot t_r = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 6 = 90 \text{ m}$$

b. $\frac{1}{2} \cdot 30 \cdot t_r = 60$

$$15t_r = 60$$

$$t_r = 4 \text{ sec}$$

Opgave 29:

a. $54 \frac{km}{u} = 15 \frac{m}{s}$

$$\frac{1}{2} \cdot 15 \cdot t_r = 0,75$$

$$7,5t_r = 0,75$$

$$t_r = 0,1 \text{ sec}$$

b. $v(0) = 15$ en $v(0,1) = 0$

$$rc = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-15}{0,1} = -150$$

$$v = 15 - 150t$$

$$a = -150$$

dus 15 keer de valversnelling g

Opgave 30:

a. $36 \frac{\text{km}}{\text{u}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$v_b = 10 \text{ dus } s_b = 10t$$

$$a_a = 1,5 \text{ dus } v_a = 1,5t \text{ dus } s_a = 0,75t^2$$

$$s_a = s_b \text{ dus } 0,75t^2 = 10t$$

$$t = 0 \quad \vee \quad 0,75t = 10$$

$$t = 0 \quad \vee \quad t = 13\frac{1}{3}$$

dus na $13\frac{1}{3}$ sec

b. $v(13\frac{1}{3}) = 1,5 \cdot 13\frac{1}{3} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 72 \frac{\text{km}}{\text{u}}$