## 1.5 De driehoek van Pascal

**Opgave 65:**

a. combinaties, het gaat er alleen om welke twee vierkantjes je groen maakt, niet in welke volgorde.

b. $\binom{6}{2} = 15$

**Opgave 66:**

a. $2^{10} = 1024$

b. $\binom{10}{8} = 45$

c. $\binom{10}{5} = 252$

d. $2^{8} = 256$

e. $\binom{8}{3} = 56$

**Opgave 67:**

a. $2^{20} = 1048576$

b. $\binom{20}{15} = 15504$

c. $\binom{20}{16} + \binom{20}{17} + \binom{20}{18} + \binom{20}{19} + \binom{20}{20} = 6196$

dat is $\frac{6196}{1048576} \cdot 100\% = 0{,}6\%$

**Opgave 68:**

a. voor ieder lampje zijn er twee mogelijkheden: aan of uit.

dus totaal $2^{19} = 524288$

b. $\binom{19}{5} = 11628$

c. $\binom{19}{0} + \binom{19}{1} + \binom{19}{2} = 191$

d. je houdt nog 16 lampjes over die aan of uit kunnen zijn, dus $2^{16} = 65536$

**Opgave 69:**

a. $\binom{12}{5} = 792$

b. $\binom{12}{4} \cdot \binom{8}{5} = 27720$

c. $\binom{12}{3} \cdot \binom{9}{4} \cdot \binom{5}{2} = 277200$

**Opgave 70:**

a. $\frac{2^9}{2} = 256$

b. $\frac{2^{10} - \binom{10}{5}}{2} = 386$

c. $2^{14} - 2 \cdot 1 = 16382$

**Opgave 71:**

a. $\binom{25}{0} + \binom{25}{1} + ... + \binom{25}{12} = \frac{2^{25}}{2} = 16777216$

b. $\binom{25}{14} + \binom{25}{15} + ... + \binom{25}{25} = \frac{2^{25} - 2 \cdot \binom{25}{13}}{2} = 11576916$

c. $\binom{25}{1} + \binom{25}{2} + ... + \binom{25}{24} = 2^{25} - 2 \cdot 1 = 33554430$

**Opgave 72:**

a. OOOONNNN of ONONONON
b. ja, nee
c. 8 letters, waarvan 4 keer een N
d. $\binom{8}{4} = 70$

**Opgave 73:**

a. $\binom{14}{6} = 3003$

b. $\binom{8}{5} \cdot \binom{4}{1} \cdot \binom{5}{3} = 2240$

c. $\binom{7}{4} \cdot \binom{8}{3} = 1960$

**Opgave 74:**

a. $\binom{5}{2} \cdot \binom{6}{3} \cdot \binom{8}{5} = 11200$

b. $\binom{4}{2} \cdot \binom{2}{1} \cdot \binom{9}{6} \cdot \binom{2}{1} = 2016$

**Opgave 75:**

a. de kortste route van *P* naar *Q* is vier keer naar rechts en dat kan maar op 1 manier.

$\binom{4}{2} \cdot 1 \cdot \binom{4}{2} = 36$

b. $2 \cdot 1 \cdot \binom{5}{3} \cdot 1 \cdot \binom{5}{2} = 200$

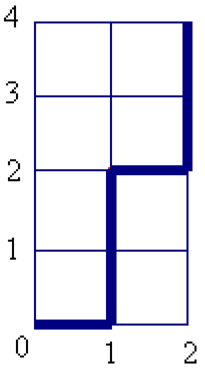
**Opgave 76:**

a. $\binom{12}{8} \cdot \binom{15}{12} = 225225$

b. $\binom{12}{8} \cdot 1 \cdot \binom{10}{6} = 103950$

**Opgave 77:**

a.




b. $\binom{6}{2} = 15$

c. $\binom{4}{3} \cdot \binom{5}{2} = 40$

d. $2^4 = 16$

**Opgave 78:**

a. je moet zes keer kiezen tussen links of rechts, maar om vanuit *T* in *A* te komen moet je twee keer naar rechts kiezen.

b. het onderste getal geeft het aantal keer aan dat je naar rechts gaat.
som: $2^6 = 64$

c.

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1

d. 1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1

e. $2^{10} = 1024$

**Opgave 79:**

a. $\binom{10}{7} = 120$

b. $\binom{10}{1} = 10$

c. $2^{10} = 1024$

d. $\binom{5}{2} \cdot 2^5 = 320$

**Opgave 80:**

a. $\binom{6}{3} = 20$

b. van $A$ naar $B$ via $C$: $\binom{3}{1} \cdot \binom{3}{2} = 9$ routes

dus er zijn $20 - 9 = 11$ routes die niet via $C$ gaan

**Opgave 81:**

a. $\binom{8}{4} = 70$

b. $2 \cdot \binom{5}{3} \cdot \binom{7}{3} = 700$

c. $2 \cdot \binom{6}{3} \cdot \binom{3}{1} \cdot \left(\binom{4}{2} + \binom{4}{1}\right) = 1200$

**Opgave 82:**

a. $$\begin{aligned}(a+b)^4 &= (a+b)(a+b)^3 \\ &= (a+b)(a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3) \\ &= a^4 + 3a^3b + 3a^2b^2 + ab^3 + a^3b + 3a^2b^2 + 3ab^3 + b^4 \\ &= a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4\end{aligned}$$

b. $(a+b)^1 = 1a + 1b$

$(a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$

$(a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$

$(a+b)^4 = 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4$

$(a+b)^5 = 1a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + 1b^5$

De coëfficiënten zijn precies de getallen uit de driehoek van Pascal.

**Opgave 83:**

a. $$\begin{aligned}(a+1)^5 &= \binom{5}{0} \cdot a^5 + \binom{5}{1} \cdot a^4b + \binom{5}{2} \cdot a^3b^2 + \binom{5}{3} \cdot a^2b^3 + \binom{5}{4} \cdot ab^4 + \binom{5}{5} \cdot b^5 \\ &= a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5\end{aligned}$$

b. $(a-2)^4 = \binom{4}{0}\cdot a^4 + \binom{4}{1}\cdot a^3 \cdot -2 + \binom{4}{2}\cdot a^2 \cdot (-2)^2 + \binom{4}{3}\cdot a \cdot (-2)^3 + \binom{4}{4}\cdot (-2)^4$

$= a^4 - 8a^3 + 24a^2 - 32a + 16$

c. $(2a+3)^5 =$

$= \binom{5}{0}\cdot (2a)^5 + \binom{5}{1}\cdot (2a)^4 \cdot 3 + \binom{5}{2}\cdot (2a)^3 \cdot 3^2 + \binom{5}{3}\cdot (2a)^2 \cdot 3^3 + \binom{5}{4}\cdot 2a \cdot 3^4 + \binom{5}{5}\cdot 3^5$

$= 32a^5 + 5\cdot 16a^4 \cdot 3 + 10\cdot 8a^3 \cdot 9 + 10\cdot 4a^2 \cdot 27 + 5\cdot 2a \cdot 81 + 243$

$= 32a^5 + 240a^4 + 720a^3 + 1080a^2 + 810a + 243$

d. $(3a-1)^6 = \binom{6}{0}\cdot (3a)^6 + \binom{6}{1}\cdot (3a)^5 \cdot -1 + \binom{6}{2}\cdot (3a)^4 \cdot (-1)^2 + \binom{6}{3}\cdot (3a)^3 \cdot (-1)^3 +$

$\binom{6}{4}\cdot (3a)^2 \cdot (-1)^4 + \binom{6}{5}\cdot 3a \cdot (-1)^5 + \binom{6}{6}\cdot (-1)^6$

$= 729a^6 + 6\cdot 243a^5 \cdot -1 + 15\cdot 81a^4 + 20\cdot 27a^3 \cdot -1 + 15\cdot 9a^2 + 6\cdot 3a \cdot -1 + 1$

$= 729a^6 - 1458a^5 + 1215a^4 - 530a^3 + 135a^2 - 18a + 1$

**Opgave 84:**

a. 16 termen

b. $\binom{15}{2}\cdot a^{13}b^2 = 105a^{13}b^2$

$\binom{15}{12}\cdot a^3b^{12} = 455a^3b^{12}$

**Opgave 85:**

a. $\binom{20}{3} = 1140$

b. $\binom{9}{6}\cdot 2^3 \cdot (-1)^6 = 84\cdot 8\cdot 1 = 672$

**Opgave 86:**

a. $x^8 = (x^2)^4$ dus $\binom{8}{4}\cdot 1^4 = 70$

b. $\binom{11}{3}\cdot (\tfrac{1}{2})^8 \cdot (-2)^3 = 165\cdot \tfrac{1}{256}\cdot -8 = -5{,}15625$

**Opgave 87:**

a. $(1+1)^6 = \binom{6}{0}\cdot 1^6 + \binom{6}{1}\cdot 1^5 \cdot 1^1 + \binom{6}{2}\cdot 1^4 \cdot 1^2 + \binom{6}{3}\cdot 1^3 \cdot 1^3 + \binom{6}{4}\cdot 1^4 \cdot 1^2 + \binom{6}{5}\cdot 1^1 \cdot 1^5 + \binom{6}{6}\cdot 1^6$

$= \binom{6}{0} + \binom{6}{1} + \binom{6}{2} + \binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6}$

b. $(1+1)^6 = 2^6 = 64$ dus $\binom{6}{0} + \binom{6}{1} + \binom{6}{2} + \binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6} = 64$