

HOOFDSTUK 3: KANSVERDELINGEN

3.1 Het herhalen van kansexperimenten

Opgave 1:

- a. $P(\text{geen zes}) = \left(\frac{5}{6}\right)^4 = \frac{625}{1296} = 0,4823$
- b. $P(\text{geen zes}) = 0,4823$ want het maakt niet uit of je vier keer met 1 dobbelsteen gooit of met vier dobbelstenen tegelijkertijd.

Opgave 2:

- a. $P(3 \times \text{appel en } 3 \times \text{peer}) = \left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \binom{6}{3} = 0,0819$
- b. $P(\text{minstens 1 appel}) = 1 - P(\text{geen appel}) = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^6 = 0,9533$
- c. $P(3 \times \text{banaan}) = \left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 \cdot \binom{6}{3} = 0,0819$

Opgave 3:

- a. $P(\text{appel en banaan}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot 2 = 0,16$
- b. $P(\text{geen banaan}) = \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 0,64$
- c. $P(2 \text{ verschillende}) = P(\text{ab of ap of bp}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot 2 + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot 2 + \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot 2 = 0,64$

Opgave 4:

- a. $P(\text{geen goed}) = 0,75^6 = 0,178$
- b. $P(2 \text{ goed}) = 0,25^2 \cdot 0,75^4 \cdot \binom{6}{2} = 0,297$
- c. $P(\text{minstens 2 goed}) = 1 - P(\text{hoogstens 1 goed}) = 1 - \left(0,75^6 + 0,75^5 \cdot 0,25 \cdot \binom{6}{1}\right) = 0,466$

Opgave 5:

- a. $P(3 \times \text{mislukt}) = 0,72^3 = 0,373$
- b. $P(\text{minstens } 1 \times \text{lukt}) = 1 - P(0 \times \text{lukt}) = 1 - 0,72^5 = 0,807$
- c. $P(\text{minstens } 1 \times \text{lukt}) = 1 - P(0 \times \text{lukt}) = 1 - 0,72^n$
- d. $1 - 0,72^n > 0,95$
 $-0,72^n > -0,05$
 $0,72^n < 0,05$
 $n > {}^{0,72}\log 0,05 = 9,1$
dus minstens 10 opstellingen

Opgave 6:

- a. $P(3 \text{ vieren}) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 \cdot \binom{6}{3} = 0,054$
- b. $P(\text{minstens 1 zes}) = 1 - P(\text{geen zes}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^6 = 0,665$
- c. $P(\text{zes verschillende}) = \left(\frac{1}{6}\right)^6 \cdot 6! = 0,015$
- d. $P(2 \times \text{zes en geen vijf}) = \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{6}\right)^4 \cdot \binom{6}{2} = 0,082$

Opgave 7:

- a. $P(\text{som} = 6) = \frac{5}{36}$
- b. $P(4 \times \text{som} = 6) = \left(\frac{5}{36}\right)^4 \cdot \left(\frac{31}{36}\right)^4 \cdot \binom{8}{4} = 0,0143$
- c. $P(\text{som minder dan 5}) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
- $P(3 \times \text{som minder dan 5}) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^5 \cdot \binom{8}{3} = 0,1042$
- d. $P(\text{som} = 12) = \frac{1}{36}$

$$P(\text{minstens } 1 \times \text{som} = 12) = 1 - P(0 \times \text{som} = 12) = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^n$$

$$1 - \left(\frac{35}{36}\right)^n > 0,75$$

$$-\left(\frac{35}{36}\right)^n > -0,25$$

$$\left(\frac{35}{36}\right)^n < 0,25$$

$$n > \frac{35}{36} \log 0,25 = 49,2$$

dus minstens 50 keer gooien

Opgave 8:

- a. $P(\text{minstens } 1 \times \text{zes}) = 1 - P(\text{geen zes}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 = 0,5177$
- b. $P(\text{dubbel zes}) = \frac{1}{36}$
- $P(\text{minstens } 1 \times \text{dubbel zes}) = 1 - P(\text{geen dubbel zes}) = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^{24} = 0,4914$

Dit is verliesgevend omdat de kans kleiner is dan 0,5.

Opgave 9:

- a. $P(4 \times \text{zwart}) = \left(\frac{18}{38}\right)^4 = 0,0503$
- b. $P(2 \times \text{zwart en } 2 \times \text{rood}) = \left(\frac{18}{38}\right)^2 \cdot \left(\frac{18}{38}\right)^2 \cdot \binom{4}{2} = 0,3021$
- c. $P(\text{minstens } 1 \times \text{wit}) = 1 - P(\text{geen wit}) = 1 - \left(\frac{36}{38}\right)^4 = 0,1945$
- d. $P(2 \times \text{rood}) = \left(\frac{18}{38}\right)^2 \cdot \left(\frac{20}{38}\right)^2 \cdot \binom{4}{2} = 0,3729$
- e. $P(\text{minstens } 3 \times \text{rood}) = \left(\frac{18}{38}\right)^3 \cdot \left(\frac{20}{38}\right)^2 \cdot \binom{5}{3} + \left(\frac{18}{38}\right)^4 \cdot \left(\frac{20}{38}\right) \cdot \binom{5}{4} + \left(\frac{18}{38}\right)^5 = 0,4507$

Opgave 10:

- a. als de eerste knikker wit is, dan zitten er daarna nog maar 4 knikkers in de vaas, waarvan er nog 1 wit is, dus $\frac{1}{4}$.
- b. $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{3}$
- c. $P(\text{w r}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{20} = 0,3$

Opgave 11:

- a. $P(\text{r w}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{15}{56} = 0,268$
- b. $P(\text{r r w w}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{5} = 0,107$

Opgave 12:

- a. $\frac{8}{10} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{2}{7} = 0,133$
- b. $\frac{8}{10} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} = 0,089$
- c. bij de eerste vier sleutels moet er 1 passend zijn: $P = \frac{\binom{8}{3} \binom{2}{1}}{\binom{10}{4}}$

de vijfde sleutel moet passend zijn: $P = \frac{1}{6}$

$$\text{dus } \frac{\binom{8}{3} \binom{2}{1}}{\binom{10}{4}} \cdot \frac{1}{6} = 0,089$$

Opgave 13:

- a. $0,6^2 = 0,36$
- b. $0,4 \cdot 0,6^2 = 0,144$

c. $P(\text{GLL of LGL of LGG of GLG}) = 0,4 \cdot 0,6^2 \cdot 2 + 0,6 \cdot 0,4^2 \cdot 2 = 0,48$

Opgave 14:

a. $0,65^2 = 0,4225$

b. $0,65^2 + 0,35^2 = 0,545$

c. $0,65^2 + 0,65^2 \cdot 0,35 \cdot 2 = 0,718$

Opgave 15:

a. $0,4 \cdot 0,7 \cdot 0,3 = 0,084$

b. $0,4 \cdot 0,7^3 = 0,1372$

Opgave 16:

a. $\left(\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \frac{1}{4} = 0,1055$

b. $\left(\frac{3}{4}\right)^5 \cdot \frac{1}{4} = 0,0593$

c. $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = 0,4375$

d. $P(\text{minstens } 3\times) = 1 - P(\text{hoogstens } 2\times) = 1 - 0,4375 = 0,5625$