

3.3 De verwachtingswaarde

Opgave 32:

- a. $P(X = 17) = \frac{5}{25} = 0,2$
b. $P(Y = 1) = \frac{8}{25} = 0,32$
c. $P(X = 16 \wedge Y = 1) = \frac{7}{25} = 0,28$

Opgave 33:

- a. $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2)$
b. $P(X \geq 3) = P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5)$
c. $P(X < 2) = P(X = 0) + P(X = 1)$
d. $P(\text{minstens 1 rode}) = P(X \geq 1)$
e. $P(\text{hoogstens 3 rode}) = P(X \leq 3)$
f. $P(\text{minder dan 2 rode}) = P(X < 2)$

Opgave 34:

- a. $P(X = 2) = \frac{\binom{5}{2}\binom{5}{2}}{\binom{10}{4}} = 0,476$
b. $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \frac{\binom{5}{4}}{\binom{10}{4}} = 0,976$

Opgave 35:

- a. $P(\text{meer dan 10 ogen}) = P(X > 10)$
 $P(\text{minstens 10 ogen}) = P(X \geq 10)$
 $P(\text{hoogstens 10 ogen}) = P(X \leq 10)$
b. $P(X = 3) = \frac{2}{36} = 0,056$
 $P(X \geq 10) = \frac{6}{36} = 0,167$

Opgave 36:

- a. $P(X = 20) = \frac{\binom{8}{2}}{\binom{20}{2}} = 0,147$
b. $P(X > 0) = 1 - P(X = 0) = 1 - \frac{\binom{12}{2}}{\binom{20}{2}} = 0,653$

Opgave 37:

- a. $P(X = 16) = \frac{25}{83} = 0,301$
b. $P(X = 16) + P(X = 17) + P(X = 18) = 1$

Opgave 38:

- a. $P(X = 2) = \frac{\binom{5}{2}\binom{10}{3}}{\binom{15}{5}} = 0,400$

- b. $P(Y = 0) = \left(\frac{7}{15}\right)^4 = 0,047$
 c. $P(Y \leq 3) = 1 - P(Y = 4) = 1 - \left(\frac{8}{15}\right)^4 = 0,919$

Opgave 39:

$$P(X = 1) = \frac{6}{10} = 0,6$$

$$P(X = 2) = \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{24}{90} = 0,267$$

$$P(X = 3) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{8} = \frac{72}{720} = 0,1$$

$$P(X = 4) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{6}{7} = \frac{144}{5040} = 0,029$$

$$P(X = 5) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{6}{6} = \frac{144}{30240} = 0,005$$

Opgave 40:

- a. $0,6^3 + 0,4^3 = 0,28$
 b. $P(X = 3) = 0,28$
 $P(X = 4) = 0,6^3 \cdot 0,4 \cdot 3 + 0,4^3 \cdot 0,6 \cdot 3 = 0,374$
 $P(X = 5) = 1 - (0,28 + 0,374) = 0,346$

X	3	4	5
$P(X = x)$	0,28	0,374	0,346

Opgave 41:

- a. $\left(\frac{8}{18}\right)^2 \cdot \frac{10}{18} \cdot \binom{3}{2} = 0,329$
 b. $\frac{8}{18} \cdot \frac{4}{18} \cdot \frac{6}{18} \cdot 3! = 0,198$

Opgave 42:

- a. alle staven zijn even lang
 b. $X = 0$ bij kop
 $X = 1$ bij munt
 c. 2 sectoren met de getallen 1 en 2

Opgave 43:

- a. $0,8^8 \cdot 0,2^2 \cdot \binom{10}{8} = 0,302$
 b. $P(X < 9) = 1 - P(X \geq 9) = 1 - (0,8^9 \cdot 0,2 \cdot \binom{10}{9} + 0,8^{10}) = 0,624$

Opgave 44:

- a. $0,58^7 \cdot 0,42^5 \cdot \binom{12}{7} = 0,229$
 b. $0,32^4 \cdot 0,68^8 \cdot \binom{12}{4} = 0,237$

c. $P(Y \geq 2) = 1 - P(Y \leq 1) = 1 - (0,68^{10} + 0,68^9 \cdot 0,32 \cdot \binom{10}{1}) = 0,935$

d. $0,58^8 \cdot 0,32^4 \cdot \binom{12}{8} = 0,066$

Opgave 45:

a. $P(X = 0) = \frac{17}{24} = 0,708$

$P(X = 1) = \frac{6}{24} = 0,25$

b. dat is de kans dat een jongen 1 keer is blijven zitten

c. $P(X = 1 \text{ onder voorwaarde } Y = 0) = \frac{2}{8} = 0,25 = P(X = 1)$ dus ja

$P(X = 1 \text{ onder voorwaarde } Y = 1) = \frac{4}{16} = 0,25 = P(X = 1)$ dus ja

d. dat is de kans dat een jongen niet is blijven zitten

e. $P(X = 0 \text{ onder voorwaarde } Y = 0) = \frac{5}{8} = 0,625 \neq P(X = 0)$ dus nee

Opgave 46:

a. $\frac{25}{50} = 0,5$

b. $\frac{0}{50} = 0$

c. $\frac{0}{25} = 0$

d. nee

$P(X = 17) = \frac{15}{80} = 0,1875$

$P(X = 17 \text{ onder voorwaarde } Y = 0) = 0$

de twee kansen zijn niet gelijk, dus afhankelijk

Opgave 47:

a. $\frac{1}{36}$

b. 0

c. $P(X = 2 \text{ onder voorwaarde } Y = 3) \neq P(X = 2)$

Opgave 48:

totale prijzengeld = $2000 + 100 \cdot 20 = 4000$ euro

totale inkomsten = $1000 \cdot 5 = 5000$ euro

winst = $5000 - 4000 = 1000$ euro per week

winst per lot = $\frac{1000}{1000} = 1$ euro

Opgave 49:

a.

u	50	10	0
$P(U = u)$	0,01	0,03	0,96

b. $E(U) = 50 \cdot 0,01 + 10 \cdot 0,03 + 0 \cdot 0,96 = 0,8$

$E(W) = 0,8 - 2 = -1,2$ euro

c. € 0,80

Opgave 50:

$$P(2 \text{ rood}) = \frac{\binom{2}{2}}{\binom{20}{2}} = \frac{1}{190}$$

$$P(1 \text{ rood en } 1 \text{ blauw}) = \frac{\binom{2}{1} \binom{4}{1}}{\binom{20}{2}} = \frac{8}{190}$$

u	100	20	0
$P(U = u)$	$\frac{1}{190}$	$\frac{8}{190}$	$\frac{181}{190}$

$$E(U) = 100 \cdot \frac{1}{190} + 20 \cdot \frac{8}{190} + 0 \cdot \frac{181}{190} = 1,368 = 1,37 \text{ euro}$$

Opgave 51:

a. 1. $P(\text{som} < 7) = \frac{15}{36}$

u	2	0
$P(U = u)$	$\frac{15}{36}$	$\frac{21}{36}$

$$E(U) = 2 \cdot \frac{15}{36} + 0 \cdot \frac{21}{36} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$

2. $P(\text{som} > 7) = \frac{15}{36}$

u	2	0
$P(U = u)$	$\frac{15}{36}$	$\frac{21}{36}$

$$E(U) = 2 \cdot \frac{15}{36} + 0 \cdot \frac{21}{36} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$

3. $P(\text{som} = 7) = \frac{6}{36}$

u	5	0
$P(U = u)$	$\frac{6}{36}$	$\frac{30}{36}$

$$E(U) = 5 \cdot \frac{6}{36} + 0 \cdot \frac{30}{36} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$

b. $u \cdot \frac{6}{36} = 1$

$$u = 6 \text{ dus } \text{€ } 6,-$$

Opgave 52:

a. $P(\text{€ } 100,-) = \frac{6}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{6}{216}$

$$P(\text{€ } 15,-) = 3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot 6 = \frac{90}{216}$$

u	100	15	0
$P(U = u)$	$\frac{6}{216}$	$\frac{90}{216}$	$\frac{120}{216}$

$$E(U) = 100 \cdot \frac{6}{216} + 15 \cdot \frac{90}{216} + 0 \cdot \frac{120}{216} = \frac{1950}{216} = 9,03$$

$$\text{winst} = 10 - 9,03 = 0,97 \text{ euro}$$

b. de uitbetaling per spel is € 9,03

$$3950 : 9,03 = 437 \text{ spelletjes}$$

$$\text{Per } 216 \text{ spelletjes } 6 \times \text{€ } 100,- \text{ dus } 437 : 216 \cdot 6 \approx 12 \text{ keer}$$

Opgave 53:

- a. opbrengst = $0,2 \cdot 1039 + 0,8 \cdot (1039 - 250) = 839$
 dus de verkoper kiest voor de adviesprijs van € 889,-
- b. $x \cdot 789 + (1 - x) \cdot 1039 > 889$
 $789x + 1039 - 1039x > 889$
 $-250x > -150$
 $x < 0,6$
 dus het percentage dat hij na twee jaar terug verwacht is kleiner dan 60%

Opgave 54:

- a. $P(X = 1) = 0,99^{25} = 0,7778$
 $P(X = 26) = 1 - P(X = 1) = 1 - 0,7778 = 0,2222$
 $E(X) = 1 \cdot 0,7778 + 26 \cdot 0,2222 = 6,56$
- b. 6,56 tests voor 25 personen, dus $40 \cdot 6,56 = 262$ tests voor 1000 personen
 besparing = $100 - \frac{262}{1000} \cdot 100\% = 73,8\%$
- c. $P(X = 1) = 0,99^{20} = 0,8179$
 $P(X = 21) = 1 - 0,8179 = 0,1821$
 $E(X) = 1 \cdot 0,8179 + 21 \cdot 0,1821 = 4,642$
 dus totaal: $50 \cdot 4,642 = 232$ tests
- d. $Y = 1$ of $Y = n + 1$
 $P(Y = 1) = 0,99^n$
 $P(Y = n + 1) = 1 - 0,99^n$
- e. $E(Y) = 1 \cdot 0,99^n + (n + 1) \cdot (1 - 0,99^n)$
 $= 0,99^n + n - n \cdot 0,99^n + 1 - 0,99^n$
 $= n + 1 - n \cdot 0,99^n$
 voor 1000 personen: aantal tests = $\frac{1000}{n} \cdot E(Y)$
 $= \frac{1000}{n} \cdot (n + 1 - n \cdot 0,99^n)$
 $= 1000 + \frac{1000}{n} - 1000 \cdot 0,99^n$
- f. $y_1 = 1000 + \frac{1000}{x} - 1000 \cdot 0,99^x$
 met de optie minimum: $x = 10,52$
 $y_1(10) = 195,62$ en $y_2(11) = 195,57$ dus 11 personen in een groep