

### 3.4 De binomiale verdeling

#### Opgave 55:

$$P(\text{minstens 1 bon}) = 1 - P(\text{geen bon}) = 1 - \frac{\binom{17}{4}}{\binom{20}{4}} = 0,5088$$

#### Opgave 56:

$$p = P(\text{minstens 1 prijs}) = 1 - P(\text{geen prijs}) = 1 - \frac{\binom{45}{3}}{\binom{50}{3}} = 0,276$$

#### Opgave 57:

- a.  $p = \frac{1}{36}$   
b.  $p = \frac{1}{6}$   
c.  $p = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

#### Opgave 58:

- a.  $p = P(3 \times \text{dezelfde kleur}) = \frac{\binom{3}{3} + \binom{3}{3} + \binom{4}{3}}{\binom{10}{3}} = 0,05$   
b.  $P(\text{geen succes}) = 0,95^5 = 0,774$   
c.  $P(\text{alleen } 1^{\circ} \text{ keer succes}) = 0,05 \cdot 0,95^4 = 0,041$   
d.  $P(1 \times \text{succes}) = \binom{5}{1} \cdot 0,05 \cdot 0,95^4 = 0,204$

#### Opgave 59:

- a.  $n = 6$   $p = \frac{8}{20} = 0,4$   
 $P(X = 4) = \binom{6}{4} \cdot 0,4^4 \cdot 0,6^2 = 0,138$   
b.  $n = 12$   $p = \frac{18}{20} = 0,9$   
 $P(Y = 10) = \binom{12}{10} \cdot 0,9^{10} \cdot 0,1^2 = 0,230$   
c. nee  
 $P(Z = 3) = \frac{\binom{10}{3} \binom{10}{1}}{\binom{20}{4}} = 0,248$

#### Opgave 60:

- a.  $P(X = 5) = \binom{10}{5} \cdot 0,3^5 \cdot 0,7^5 = 0,103$   
b.  $0,7^4 \cdot 0,3 = 0,072$

**Opgave 61:**

- a.  $b$   
 b.  $a + b = 1$  dus  $(a + b)^n = 1^n = 1$

**Opgave 62:**

- a.  $P(X \leq 2) = 1 - 0,008 = 0,992$   
 b.  $x \leq 3$  want je gooit in totaal 3 keer  
 c.  $X$  kan niet negatief zijn  
 d.

|               |       |       |       |   |
|---------------|-------|-------|-------|---|
| $x$           | 0     | 1     | 2     | 3 |
| $P(X \leq x)$ | 0,512 | 0,896 | 0,992 | 1 |

**Opgave 63:**

- a.  $P(X = 3) = \text{binompdf}(10, \frac{1}{6}, 3) = 0,155$   
 b.  $P(Y \leq 5) = \text{binomcdf}(12, \frac{1}{3}, 5) = 0,822$   
 c.  $P(Z \geq 1) = 1 - P(Z = 0) = 1 - \text{binompdf}(9, \frac{1}{2}, 0) = 0,998$   
 d.  $P(5 \times \text{blauw en } 3 \times \text{rood}) = \binom{8}{5} \cdot (\frac{1}{2})^5 \cdot (\frac{1}{3})^3 = 0,065$   
 e.  $P(8 \times \text{blauw en } 5 \times \text{rood en } 3 \times \text{wit}) = \frac{16!}{8! \cdot 5! \cdot 3!} \cdot (\frac{1}{2})^8 \cdot (\frac{1}{3})^5 \cdot (\frac{1}{6})^3 = 0,054$

**Opgave 64:**

- a.  $P(X = 5) = \text{binompdf}(10, 0,55, 5) = 0,234$   
 b.  $P(\text{eerst } 2 \times \text{uit en dan } 4 \times \text{in}) = 0,45^2 \cdot 0,55^4 = 0,019$

**Opgave 65:**

- a.  $P(2 \text{ rood}) = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{9}{2}} = \frac{5}{12}$   
 $P(X = 3) = \text{binompdf}(8, \frac{5}{12}, 3) = 0,274$   
 b.  $P(2 \text{ wit}) = \frac{\binom{3}{2}}{\binom{9}{2}} = \frac{1}{12}$   
 $P(Y \leq 2) = \text{binomcdf}(8, \frac{1}{12}, 2) = 0,976$   
 c.  $P(1 \text{ zwart en } 1 \text{ wit}) = \frac{\binom{6}{1} \binom{3}{1}}{\binom{9}{2}} = \frac{1}{2}$   
 $P(Z = 4) = \text{binompdf}(8, \frac{1}{2}, 4) = 0,273$   
 d.  $(\frac{5}{12})^4 \cdot (\frac{1}{2})^4 \cdot \binom{8}{4} = 0,132$

**Opgave 66:**

- a.  $P(X = 10) = \text{binompdf}(60, 0,16, 10) = 0,136$   
 b.  $P(Y \leq 2) = \text{binomcdf}(60, 0,04, 2) = 0,568$   
 c.  $P(Z = 15) = \text{binompdf}(60, 0,12, 15) = 0,0026$

**Opgave 67:**

$$P(X \leq 3) = \text{binomcdf}(54, 0.2, 3) = 0,0029$$

**Opgave 68:**

a.  $P(X \leq 10) = \text{binomcdf}(15, \frac{1}{3}, 10) = 0,998$

b.  $P(Y = 5) = \text{binompdf}(18, \frac{15}{36}, 5) = 0,097$

**Opgave 69:**

a.  $P(X \geq 4)$

b.  $P(X < 8)$

c.  $P(X > 5) = 1 - P(X \leq 5)$

d.  $P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9)$

e.  $P(X < 7) = P(X \leq 6)$

f.  $P(12 \leq X \leq 20) = P(X \leq 20) - P(X \leq 11)$

g.  $P(4 < X < 12) = P(X \leq 11) - P(X \leq 4)$

h.  $P(2 \leq X < 5) = P(X \leq 4) - P(X \leq 1)$

i.  $P(4 < X \leq 8) = P(X \leq 8) - P(X \leq 4)$

j.  $P(X \text{ tussen } 8 \text{ en } 20) = P(8 < X < 20) = P(X \leq 19) - P(X \leq 8)$

**Opgave 70:**

a.  $P(X < 10) = P(X \leq 9) = \text{binomcdf}(25, 0.42, 9) = 0,347$

b.  $P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) = 1 - \text{binomcdf}(25, 0.42, 7) = 0,889$

c.  $P(\text{meer dan } 12 \times \text{succes}) = P(X > 12) = 1 - P(X \leq 12) = 1 - \text{binomcdf}(25, 0.42, 12) = 0,208$

d.  $P(\text{tussen } 9 \times \text{ en } 16 \times \text{succes}) = P(9 < X < 16) = P(X \leq 15) - P(X \leq 9) =$   
 $= \text{binomcdf}(25, 0.42, 15) - \text{binomcdf}(25, 0.42, 9) = 0,631$

e.  $P(\text{minstens } 6 \times \text{succes}) = P(X \geq 6) = 1 - P(X \leq 5) = 1 - \text{binomcdf}(25, 0.42, 5) = 0,982$

f.  $P(9 \times \text{ of } 10 \times \text{succes}) = P(X = 9) + P(X = 10) =$   
 $= \text{binompdf}(25, 0.42, 9) + \text{binompdf}(25, 0.42, 10) = 0,294$

**Opgave 71:**

a.  $P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - \text{binomcdf}(10, \frac{1}{2}, 4) = 0,623$

b.  $P(10 < X < 20) = P(X \leq 19) - P(X \leq 10) =$   
 $= \text{binomcdf}(25, \frac{1}{2}, 19) - \text{binomcdf}(25, \frac{1}{2}, 10) = 0,786$

c.  $P(X > 60) = 1 - P(X \leq 60) = 1 - \text{binomcdf}(100, \frac{1}{2}, 60) = 0,018$

d.  $P(Y = 7) = \text{binompdf}(35, \frac{1}{6}, 7) = 0,146$

**Opgave 72:**

a.  $P(X > 20) = 1 - P(X \leq 20) = 1 - \text{binomcdf}(80, 0.137, 20) = 0,0021$

b.  $P(Y \leq 15) = \text{binomcdf}(80, 0.286, 15) = 0,0302$

c.  $P(16 < Z < 32) = P(Z \leq 31) - P(Z \leq 16) =$   
 $= \text{binomcdf}(80, 0.332, 31) - \text{binomcdf}(80, 0.332, 16) = 0,872$

**Opgave 73:**

$$a. \quad P(2 \text{ rood}) = \frac{\binom{12}{2}}{\binom{25}{2}} = 0,22$$

$$P(X = 3) = \text{binompdf}(15, 0,22, 3) = 0,2457$$

$$b. \quad P(1 \text{ zwart}) = \frac{\binom{8}{1}\binom{17}{1}}{\binom{25}{2}} = \frac{34}{75}$$

$$P(Y \geq 10) = 1 - P(Y \leq 9) = 1 - \text{binomcdf}(15, \frac{34}{75}, 9) = 0,0808$$

$$c. \quad P(2 \text{ dezelfde kleur}) = \frac{\binom{12}{2} + \binom{8}{2} + \binom{5}{2}}{\binom{25}{2}} = \frac{26}{75}$$

$$P(Z < 6) = P(Z \leq 5) = \text{binomcdf}(15, \frac{26}{75}, 5) = 0,5752$$

$$d. \quad P(\text{minstens 1 rood}) = 1 - P(\text{geen rood}) = 1 - \frac{\binom{13}{2}}{\binom{25}{2}} = 0,74$$

$$P(U \geq 8) = 1 - P(U \leq 7) = 1 - \text{binomcdf}(15, 0,74, 7) = 0,9781$$

**Opgave 74:**

$$a. \quad P(X \leq 5) = \text{binomcdf}(30, \frac{1}{4}, 5) = 0,203$$

$$b. \quad P(Y = 5) = \text{binompdf}(18, \frac{21}{36}, 5) = 0,007$$

**Opgave 75:**

$$a. \quad P(X \geq 5) > 0,99$$

$$1 - P(X \leq 4) > 0,99$$

$$1 - \text{binomcdf}(n, 0,5, 4) > 0,99$$

$$y_1 = 1 - \text{binomcdf}(X, 0,5, 4)$$

kijk in de tabel voor welke  $X$  geldt dat  $y_1 > 0,99$

dat is voor  $X \geq 19$  dus minstens 19 keer

$$b. \quad P(Y > 2) > 0,98$$

$$1 - P(Y \leq 2) > 0,98$$

$$1 - \text{binomcdf}(n, 0,75, 2) > 0,98$$

$$y_1 = 1 - \text{binomcdf}(X, 0,75, 2)$$

kijk in de tabel voor welke  $X$  geldt dat  $y_1 > 0,98$

dat is voor  $X \geq 7$  dus minstens 7 keer

**Opgave 76:**

$$P(X \geq 5) > 0,9$$

$$1 - P(X \leq 4) > 0,9$$

$$1 - \text{binomcdf}(n, 0,4, 4) > 0,9$$

$$y_1 = 1 - \text{binomcdf}(X, 0,4, 4)$$

kijk in de tabel voor welke  $X$  geldt dat  $y_1 > 0,9$

dat is voor  $X \geq 18$  dus minstens 18 keer

**Opgave 77:**

$$P(2 \text{ wit}) = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{1}{3}$$

$$P(X \geq 3) > 0,95$$

$$1 - P(X \leq 2) > 0,95$$

$$1 - \text{binomcdf}(n, \frac{1}{3}, 2) > 0,95$$

$$y_1 = 1 - \text{binomcdf}(X, \frac{1}{3}, 2)$$

kijk in de tabel voor welke  $X$  geldt dat  $y_1 > 0,95$

dat is voor  $X \geq 17$  dus minstens 17 keer

**Opgave 78:**

$$P(X > 12) > 0,8$$

$$1 - P(X \leq 12) > 0,8$$

$$1 - \text{binomcdf}(20, p, 12) > 0,8$$

$$y_1 = 1 - \text{binomcdf}(20, X, 12)$$

kijk in de tabel voor welke  $X$  geldt dat  $y_1 > 0,8$

dat is voor  $X \geq 0,71$  dus  $0,71 \leq p \leq 1$