

3.5 De standaardafwijking

Opgave 79:

V5A , V5D , V5B , V5C

Opgave 80:

$L_1 = \{35,45,55,65,75\}$ en $L_2 = \{4,11,17,29,10\}$

1-var stats L_1, L_2 geeft: $\bar{x} = 59,2$ en $\sigma_x = 10,8$

Opgave 81:

a. $L_1 = \{246,247,248,249,250,251,252,253,254,255\}$

$L_2 = \{2,4,7,22,36,19,6,2,1,1\}$

1-var stats L_1, L_2 geeft: $\bar{x} = 249,9$ en $\sigma_x = 1,5$

b. $\bar{x} - \sigma_x = 248,4$ en $\bar{x} + \sigma_x = 251,3$

dus de pakken moeten 249, 250 of 251 gram koffie bevatten
dat zijn dus: $22 + 36 + 19 = 77$ pakken

Opgave 82:

a. 8 cm

b. 1,8

Opgave 83:

a. $P(Z = 4) = \frac{3}{36}$

b.

Z	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(Z = z)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

$$E(Z) = 2 \cdot \frac{1}{36} + 3 \cdot \frac{2}{36} + 4 \cdot \frac{3}{36} + \dots + 12 \cdot \frac{1}{36} = 7$$

c. $E(X) = 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} = 3,5$

$$E(Y) = 3,5$$

$$E(X + Y) = 7$$

dus $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$

Opgave 84:

a. $0,8 \cdot 0,4 \cdot 0,6 = 0,192$

b. $0,2 \cdot 0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,6 \cdot 0,9 = 0,026$

c. het moet op 2 van de 5 dagen regenen, dus dat kan op $\binom{5}{2} = 10$ manieren

d. dat klopt

e. $E(X) = 0,2 + 0,6 + 0,4 + 0,4 + 0,1 = 1,7$

Opgave 85:

a. $P(\text{geen}) = 0,95 \cdot 0,9 \cdot 0,95 \cdot 0,99 = 0,8041$

$P(1 \text{ wel}) = 0,05 \cdot 0,9 \cdot 0,95 \cdot 0,99 = 0,0423$

$P(2 \text{ wel}) = 0,95 \cdot 0,1 \cdot 0,95 \cdot 0,99 = 0,0893$

$$P(3 \text{ wel}) = 0,95 \cdot 0,9 \cdot 0,05 \cdot 0,99 = 0,0423$$

$$P(4 \text{ wel}) = 0,95 \cdot 0,9 \cdot 0,95 \cdot 0,01 = 0,0081$$

$$P(\text{hoogstens } 1) = 0,8041 + 0,0423 + 0,0893 + 0,0423 + 0,0081 = 0,986$$

b. $E(X) = 0,05 + 0,1 + 0,05 + 0,01 = 0,21$

c. $12 \cdot 0,21 \cdot 550 = 1386$ euro

Opgave 86:

a. $L_1 = \{1,2,3,4,5\}$ en $L_2 = \{0,05, 0,15, 0,60, 0,15, 0,05\}$

1-var stats L_1, L_2 geeft: $E(X) = 3$ en $\sigma_x = 0,84$

b. $L_1 = \{1,2,3,4,5\}$ en $L_2 = \{0,30, 0,15, 0,10, 0,15, 0,30\}$

1-var stats L_1, L_2 geeft: $E(X) = 3$ en $\sigma_x = 1,64$

Opgave 87:

a.

X	6	7	8	9
$P(X = x)$	0,2	0,2	0,4	0,2

$$L_1 = \{6,7,8,9\} \text{ en } L_2 = \{0,2, 0,2, 0,4, 0,2\}$$

1-var stats L_1, L_2 geeft: $E(X) = 7,6$ en $\sigma_x = 1,020$

b.

Y	0	2
$P(Y = y)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

$$L_1 = \{0,2\} \text{ en } L_2 = \{\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\}$$

1-var stats L_1, L_2 geeft $E(Y) = 0,667$ en $\sigma_y = 0,943$

c. $E(S) = 8,267$ en $\sigma_s = 1,389$

d. ja , nee

e. $\sigma_{x+y}^2 = 1,389^2 = 1,929$

$$\sigma_x^2 + \sigma_y^2 = 1,020^2 + 0,943^2 = 1,929$$

Opgave 88:

a. $E(T) = E(X) + E(Y) = 16 + 30 = 46$

b. $\sigma_T = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = 3,6$

Opgave 89:

$$E(B) = E(N) + E(T) = 230 + 30 = 260$$

$$\sigma_B = \sqrt{\sigma_N^2 + \sigma_T^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$$

Opgave 90:

a. voor iedere worp geldt: $X + Y = 7$

b. X en Y zijn afhankelijk

Opgave 91:

a.

b	0	1
$P(B = b)$	$1 - p$	p

b. $E(B) = 0 \cdot (1 - p) + 1 \cdot p = p$

c. $E(Z) = E(B) + E(B) + \dots + E(B) = n \cdot E(B) = n \cdot p$

d. $L_1 = \{0,1\}$ en $L_2 = \{0,8,0,2\}$ geeft $\sigma_B = 0,4$ en $\sqrt{0,8 \cdot 0,2} = 0,4$

$L_1 = \{0,1\}$ en $L_2 = \{0,5,0,5\}$ geeft $\sigma_B = 0,5$ en $\sqrt{0,5 \cdot 0,5} = 0,5$

$L_1 = \{0,1\}$ en $L_2 = \{0,2,0,8\}$ geeft $\sigma_B = 0,4$ en $\sqrt{0,2 \cdot 0,8} = 0,4$

e. $\sigma_Z = \sqrt{\sigma_B^2 + \sigma_B^2 + \dots + \sigma_B^2} = \sqrt{n \cdot \sigma_B^2} = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$

Opgave 92:

a. $E(X) = 50 \cdot 0,25 = 12,5$

$P(X = 12,5) = 0$

b. $\sigma_X = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)} = \sqrt{50 \cdot 0,25 \cdot 0,75} = 3,06$

$E(X) + 2 \cdot \sigma_X = 12,5 + 2 \cdot 3,06 = 18,62$

$P(X \geq 19) = 1 - P(X \leq 18) = 1 - \text{binomcdf}(50,0,25,18) = 0,029$

Opgave 93:

a. $E(X) = 200 \cdot 0,18 = 36$

$\sigma_X = \sqrt{200 \cdot 0,18 \cdot 0,82} = 5,43$

$E(X) - \sigma_X = 36 - 5,43 = 30,57$ en $E(X) + \sigma_X = 36 + 5,43 = 41,43$

$P(31 \leq X \leq 41) = P(X \leq 41) - P(X \leq 30)$

$= \text{binomcdf}(200,0,18,41) - \text{binomcdf}(200,0,18,30) = 0,689$

b. $E(X) = 500 \cdot 0,18 = 90$

$\sigma_X = \sqrt{500 \cdot 0,18 \cdot 0,82} = 8,59$

$E(X) - \sigma_X = 90 - 8,59 = 81,41$ en $E(X) + \sigma_X = 90 + 8,59 = 98,59$

$P(82 \leq X \leq 98) = P(X \leq 98) - P(X \leq 81)$

$= \text{binomcdf}(500,0,18,98) - \text{binomcdf}(500,0,18,81) = 0,678$

c. $n = 200$

$E(X) - 2 \cdot \sigma_X = 36 - 2 \cdot 5,43 = 25,14$ en $E(X) + 2 \cdot \sigma_X = 36 + 2 \cdot 5,43 = 46,86$

$P(26 \leq X \leq 46) = P(X \leq 46) - P(X \leq 25)$

$= \text{binomcdf}(200,0,18,46) - \text{binomcdf}(200,0,18,25) = 0,947$

$n = 500$

$E(X) - 2 \cdot \sigma_X = 90 - 2 \cdot 8,59 = 72,82$ en $E(X) + 2 \cdot \sigma_X = 90 + 2 \cdot 8,59 = 107,18$

$P(73 \leq X \leq 107) = P(X \leq 107) - P(X \leq 72)$

$= \text{binomcdf}(500,0,18,107) - \text{binomcdf}(500,0,18,72) = 0,959$

Opgave 94:

a. $P(\text{minstens 9 ogen}) = \frac{10}{36}$

$P(X \leq 90) = \text{binomcdf}(360, \frac{10}{36}, 90) = 0,131$

b. $E(X) = 360 \cdot \frac{10}{36} = 100$

$$\sigma_X = \sqrt{360 \cdot \frac{10}{36} \cdot \frac{26}{36}} = 8,5$$

$$E(X) + \sigma_X = 100 + 8,5 = 108,5$$

$$P(X \geq 109) = 1 - P(X \leq 108) = 1 - \text{binomcdf}(360, \frac{10}{36}, 108) = 0,159$$