4.4 De binomiale en de normale verdeling.

Opgave 49:

a. $P(X < 70) = normalcdf(-10^{99}, 70, 75, 18) = 0{,}391$

b. $0{,}391^3 = 0{,}060$

Opgave 50:

a. $X =$ aantal pakken dat minder dan 128 gram weegt
$P(\text{ pak weegt minder dan 128 g }) = normalcdf(-10^{99}, 128, 130, 5) = 0{,}345$
$P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) = 1 - binomcdf(50, 0.345, 7) = 0{,}999$

b. $X =$ aantal pakken dat meer dan 132 gram weegt
$P(\text{ pak weegt meer dan 132 g }) = normalcdf(132, 10^{99}, 130, 5) = 0{,}345$
$P(X = 8) = binompdf(50, 0.345, 8) = 0{,}002$

Opgave 51:

a. $X =$ aantal moeren met diameter meer dan 14,50
$P(\text{ diameter meer dan 14,50 }) = normalcdf(14.50, 10^{99}, 14.31, 0.12) = 0{,}057$
$P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9) = 1 - binomcdf(100, 0.057, 9) = 0{,}057$

b. $X =$ aantal moeren waarvan de diameter minder dan 0,1 mm afwijkt van het gemiddelde
$P(\text{ diameter tussen 14,21 en 14,41 }) = normalcdf(14.21, 14.41, 14.31, 0.12) = 0{,}595$
$P(X \geq 20) = 1 - P(X \leq 19) = 1 - binomcdf(n, 0.595, 19) > 0{,}95$
neem $y_1 = 1 - binomcdf(X, 0.595, 19)$
kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 > 0{,}95$
dat geldt voor $X \geq 42$
dus de partij moet minstens 42 moeren bevatten

Opgave 52:

a. $X =$ aantal handelingen die minstens 3 minuten duren
$P(\text{ handeling duurt minstens 3 minuten }) = normalcdf(180, 10^{99}, 160, 15) = 0{,}091$
$P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9) = 1 - binomcdf(80, 0.091, 9) = 0{,}192$

b. $P(\text{ handeling duurt minder dan } 2\tfrac{1}{2} \text{ minuut }) = normalcdf(-10^{99}, 150, 160, 15) = 0{,}252$
$180 \cdot 0{,}252 = 45$ dus 45 handelingen

c. $X =$ aantal handelingen dat meer dan 2 minuten en 45 seconden duurt
$P(\text{ handeling duurt meer dan 2 min en 45 sec }) = normalcdf(165, 10^{99}, 160, 15) = 0{,}369$
$P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - binomcdf(n, 0.369, 4) > 0{,}99$
neem $y_1 = 1 - binomcdf(X, 0.369, 4)$
kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 > 0{,}99$
dat is voor $X \geq 28$ dus minstens 28 handelingen

Opgave 53:

a. ja
b. ja, je kunt spiegelen ten opzichte van 0
c. ja, je kunt spiegelen ten opzichte van 0

Opgave 54:

$V = M - B$ is normaal verdeeld met

$\mu_V = \mu_M - \mu_B = 7{,}8 - 7{,}0 = 0{,}8$

$\sigma_V = \sqrt{\sigma_m{}^2 + \sigma_B{}^2} = \sqrt{0{,}45^2 + 0{,}60^2} = 0{,}75$

de bout is te dik voor de moer, dus $B > M$

dus $-M + B > 0$

dus $M - B < 0$

dus $V < 0$

$P(V < 0) = normalcdf(-10^{99}, 0, 0.8, 0.75) = 0{,}143$

Opgave 55:

$Z = X + Y$

$\mu_Z = \mu_X + \mu_Y = 170 + 110 = 280$

$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_X{}^2 + \sigma_Y{}^2} = \sqrt{12^2 + 8^2} = \sqrt{208}$

$P(\text{ afhandelingstijd} > 300) = normalcdf(300, 10^{99}, 280, \sqrt{208}) = 0{,}083$ dus 8,3%

Opgave 56:

$Z = X + Y$

$\mu_Z = \mu_X + \mu_Y = 5 + 248 = 253$

$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_X{}^2 + \sigma_Y{}^2} = \sqrt{0{,}3^2 + 12^2} = \sqrt{144{,}09}$

$P(Z > 250) = normalcdf(250, 10^{99}, 253, \sqrt{144{,}09}) = 0{,}599$ dus 59,9%

Opgave 57:

$X = I + II + III + IV$

$\mu_X = \mu_I + \mu_{II} + \mu_{III} + \mu_{IV} = 12 + 8 + 20 + 18 = 58$

$\sigma_X = \sqrt{\sigma_I{}^2 + \sigma_{II}{}^2 + \sigma_{III}{}^2 + \sigma_{IV}{}^2} = \sqrt{0{,}5^2 + 0{,}3^2 + 0{,}8^2 + 1{,}6^2} = \sqrt{3{,}54}$

$P(X > 60) = mormalcdf(60, 10^{99}, 58, \sqrt{3{,}54}) = 0{,}144$ dus 14,4%

Opgave 58:

a. bout is te dik voor de moer, dus $B > M$ ofwel $B - M > 0$

$V = B - M$

$\mu_V = \mu_B - \mu_M = 13{,}2 - 13{,}5 = -0{,}3$

$\sigma_V = \sqrt{\sigma_B{}^2 + \sigma_M{}^2} = \sqrt{0{,}1^2 + 0{,}2^2} = \sqrt{0{,}05}$

$P(V > 0) = normalcdf(0, 10^{99}, -0.3, \sqrt{0.05}) = 0{,}090$ dus 9,0%

b. $V = B - M$

$\mu_V = \mu_B - \mu_M = 13{,}2 - \mu_M$

$\sigma_V = \sqrt{\sigma_B{}^2 + \sigma_M{}^2} = \sqrt{0{,}1^2 + 0{,}2^2} = \sqrt{0{,}05}$

$P(V > 0) = normalcdf(0, 10^{99}, 13.2 - \mu_M, \sqrt{0.05}) \leq 0{,}03$

neem $y_1 = normalcdf(0, 10^{99}, 13.2 - X, \sqrt{0.05})$

kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 \leq 0{,}03$

dat is voor $X \geq 13{,}7$ dus $\mu_M \geq 13{,}7$ mm

Opgave 59:

a. er gaat limonade verloren als $Y > X$ ofwel $Y - X > 0$
neem $V = Y - X$
$\mu_V = \mu_Y - \mu_X = 1005 - 1015 = -10$
$\sigma_V = \sqrt{\sigma_Y{}^2 + \sigma_X{}^2} = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{80}$
$P(V > 0) = normalcdf(0, 10^{99}, -10, \sqrt{80}) = 0{,}132$ dus 13,2%

b. $V = Y - X$
$\mu_V = \mu_Y - \mu_X = \mu_Y - 1015$
$\sigma_V = \sqrt{\sigma_Y{}^2 + \sigma_X{}^2} = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{80}$
$P(V > 0) = normalcdf(0, 10^{99}, \mu_Y - 1015, \sqrt{80}) \leq 0{,}002$
neem $y_1 = normalcdf(0, 10^{99}, X - 1015, \sqrt{80})$
kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 \leq 0{,}002$
dat is voor $X \leq 996{,}6$ dus $\mu_Y \leq 996{,}6$

Opgave 60:

a. X_1 is de lengte van de eerste man en X_2 is de lengte van de tweede man
$V = X_1 - X_2$
$\mu_V = \mu_{X_1} - \mu_{X_2} = 178 - 178 = 0$
$\sigma_V = \sqrt{\sigma_{V_1}{}^2 + \sigma_{V_2}{}^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72}$
$P(V < -15 \ \vee \ V > 15) = 2 \cdot P(V > 15) = 2 \cdot normalcdf(15, 10^{99}, 0, \sqrt{72}) = 0{,}077$

b. Y is het aantal tweetallen waarbij het onderlinge lengteverschil meer dan 15 cm is
$P(Y \geq 2) = 1 - P(Y \leq 1) = 1 - binomcdf(12, 0.077, 1) = 0{,}235$

Opgave 61:

a. niet waar
$P(X \leq 4)$ betekent er zitten 0 , 1 , 2 , 3 of 4 rotte sinaasappels in een net van 18
$P(X < 4)$ betekent er zitten 0 , 1 , 2 of 3 rotte sinaasappels in een net van 18

b. waar, het gewicht is continu verdeeld dus $P(Y \leq 4) = P(Y < 4)$

Opgave 62:

a. continu
b. discreet
c. continu
d. discreet
e. discreet
f. discreet
g. discreet
h. continu
i. discreet
j. discreet

Opgave 63:

a. $P(X \leq 10) = P(Y \leq 10{,}5)$
b. $P(X < 12) = P(X \leq 11) = P(Y \leq 11{,}5)$

c. $P(X > 18) = 1 - P(X \le 18) = 1 - P(Y \le 18{,}5)$
d. $P(X \ge 8) = 1 - P(X \le 7) = 1 - P(Y \le 7{,}5)$
e. $P(6 \le X \le 10) = P(X \le 10) - P(X \le 5) = P(Y \le 10{,}5) - P(Y \le 5{,}5)$
f. $P(8 < X < 20) = P(X \le 19) - P(X \le 8) = P(Y \le 19{,}5) - P(Y \le 8{,}5)$
g. $P(X \le 6 \ \vee \ X \ge 8) = P(X \le 6) + 1 - P(X \le 7) = P(Y \le 6{,}5) + 1 - P(Y \le 7{,}5)$
h. $P(X = 10) = P(X \le 10) - P(X \le 9) = P(Y \le 10{,}5) - P(Y \le 9{,}5)$

Opgave 64:
a. $P(X \le 28) = P(Y \le 28{,}5) = \mathit{normalcdf}(-10^{99}, 28.5, 35.2, 6.9) = 0{,}166$
b. $P(X \ge 38) = P(Y \ge 37{,}5) = \mathit{normalcdf}(37.5, 10^{99}, 35.2, 6.9) = 0{,}369$
c. $P(X = 33) = P(32{,}5 \le Y \le 33{,}5) = \mathit{normalcdf}(32.5, 33.5, 35.2, 6.9) = 0{,}055$
d. $P(30 \le X \le 60) = P(29{,}5 \le Y \le 60{,}5) = \mathit{normalcdf}(29.5, 60.5, 35.2, 6.9) = 0{,}795$
e. $P(X < 45) = P(Y \le 44{,}5) = \mathit{normalcdf}(-10^{99}, 44.5, 35.2, 6.9) = 0{,}911$
f. $P(X > 40) = P(Y \ge 40{,}5) = \mathit{normalcdf}(40.5, 10^{99}, 35.2, 6.9) = 0{,}221$

Opgave 65:
a. $P(X < 20) = P(Y \le 19{,}5) = \mathit{normalcdf}(-10^{99}, 19.5, 28.2, 4.3) = 0{,}022$ dus 2,2%
b. $P(X = 30) = P(29{,}5 \le Y \le 30{,}5) = \mathit{normalcdf}(29.5, 30.5, 28.2, 4.3) = 0{,}085$
c. $P(X > 25) = P(Y \ge 25{,}5) = \mathit{normalcdf}(25.5, 10^{99}, 28.2, 4.3) = 0{,}735$

Opgave 66:
X is het aantal keer dat het word 'zie' gebruikt wordt
Y is de benadering van X met $\mu_Y = 9{,}8$ en $\sigma_Y = 3{,}6$
a. $P(X > 12) = P(Y \ge 12{,}5) = \mathit{normalcdf}(12.5, 10^{99}, 9.8, 3.6) = 0{,}227$
b. $P(X = 10) = P(9{,}5 \le Y \le 10{,}5) = \mathit{normalcdf}(9.5, 10.5, 9.8, 3.6) = 0{,}110$
c. $P(X > 12) = 0{,}227$
Z is het aantal bladzijden waarop meer dan twaalf keer het woordje 'zie' voorkomt
$P(Z \ge 2) = 1 - P(Z \le 1) = 1 - \mathit{binomcdf}(16, 0.227, 1) = 0{,}907$