4.5 De $\sqrt{n}$ -wet

Opgave 67:

a. $\mu_S = \mu_{X_1} + \mu_{X_2} + \mu_{X_3} + \mu_{X_4} = 30 + 30 + 30 + 30 = 4 \cdot 30 = 120$

$\sigma_S = \sqrt{\sigma_{X_1}{}^2 + \sigma_{X_2}{}^2 + \sigma_{X_3}{}^2 + \sigma_{X_4}{}^2} = \sqrt{5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2} = \sqrt{4 \cdot 5^2} = \sqrt{4} \cdot 5 = 10$

b. $P(S > 135) = normalcdf(135, 10^{99}, 120, 10) = 0{,}067$

Opgave 68:

a. $\mu_S = 20 \cdot \mu_X = 20 \cdot 5 = 100$

$\sigma_S = \sqrt{20} \cdot \sigma_X = \sqrt{20} \cdot 0{,}5$

$P(S > 105) = normalcdf(105, 10^{99}, 100, 0.5\sqrt{20}) = 0{,}013$

b. Z is het aantal stapels dat niet in een doos past

$P(Z \geq 2) = 1 - P(Z \leq 1) = 1 - binomcdf(12, 0.013, 1) = 0{,}010$

Opgave 69:

a. $P(X < 20) = normalcdf(-10^{99}, 20, 25, 3) = 0{,}048$

b. $\mu_S = 6 \cdot \mu_X = 6 \cdot 25 = 150$

$\sigma_S = \sqrt{6} \cdot \sigma_X = \sqrt{6} \cdot 3$

$P(S < 140) = normalcdf(-10^{99}, 140, 150, 3\sqrt{6}) = 0{,}087$

c. Z is het aantal pakken dat minder dan 140 gram weegt

$P(Z > 2)1 - P(Z \leq 2) = 1 - binomcdf(20, 0.087, 2) = 0{,}250$

Opgave 70:

$\mu_S = 12 \cdot \mu_f + \mu_k = 12 \cdot 1{,}5 + 2 = 20$

$\sigma_S = \sqrt{12 \cdot \sigma_f{}^2 + \sigma_k{}^2} = \sqrt{12 \cdot 0{,}05^2 + 0{,}3^2} = \sqrt{0{,}12}$

$P(S > 20{,}5) = normalcdf(20.5, 10^{99}, 20, \sqrt{0{,}12}) = 0{,}074$

Opgave 71:

a. $\mu_S = 6 \cdot \mu_R = 6 \cdot 4 = 24$

$\sigma_S = \sqrt{6} \cdot \sigma_R = \sqrt{6} \cdot 0{,}75$

$P(S > 25) = normalcdf(25, 10^{99}, 24, 0.75\sqrt{6}) = 0{,}293$

$50 \cdot 0{,}293 = 15$ dus 15 keer

b. $\mu_S = 6 \cdot \mu_R$

$P(S > 25) = normalcdf(25, 10^{99}, 6 \cdot \mu_R, 0.75\sqrt{6}) \leq \frac{1}{50}$

neem $y_1 = normalcdf(25, 10^{99}, 6 \cdot X, 0.75\sqrt{6})$

kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 \leq 0{,}02$

dat geldt voor $X \leq 3{,}537$ dus maximaal 212 seconden

Opgave 72:

a. $P(X < 25 \ \vee \ X > 35) = 2 \cdot P(X < 25) = 2 \cdot normalcdf(-10^{99}, 25, 30, 4) = 0{,}211$

b. $\mu_{\overline{X}} = 30$

$\sigma_{\overline{X}} = \dfrac{4}{\sqrt{20}}$

$P(\overline{X} < 25 \ \vee \ \overline{X} > 35) = 2 \cdot P(\overline{X} < 25) = 2 \cdot normalcdf(-10^{99}, 25, 30, \frac{4}{\sqrt{20}}) = 2{,}3 \cdot 10^{-8}$

c. $P(\overline{X} < 30 - a) = 0{,}025$

$30 - a = invnorm(0.025, 30, \frac{4}{\sqrt{20}}) = 28{,}25$

$a = 1{,}75$

d. $\sigma_{\overline{X}} = \dfrac{4}{\sqrt{n}}$

$P(\overline{X} < 29 \ \vee \ \overline{X} > 31) = 2 \cdot P(\overline{X} < 29) < 0{,}001$

$P(\overline{X} < 29) < 0{,}0005$

$normalcdf(-10^{99}, 29, 30, \frac{4}{\sqrt{n}}) < 0{,}0005$

neem $y_1 = normalcdf(-10^{99}, 29, 30, \frac{4}{\sqrt{x}})$

kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 < 0{,}0005$

dat is voor $X \geq 174$ dus $n \geq 174$

Opgave 73:

a. X is de inhoud van 1 pakje

$P(X < 250) = normalcdf(-10^{99}, 250, 250.4, 0.6) = 0{,}252$ dus 25,2%

b. $\mu_{\overline{X}} = 250{,}4$

$\sigma_{\overline{X}} = \dfrac{\sigma_X}{\sqrt{10}} = \dfrac{0{,}6}{\sqrt{10}}$

$P(\overline{X} < 250) = normalcdf(-10^{99}, 250, 250.4, \frac{0{,}6}{\sqrt{10}}) = 0{,}018$ dus 1,8%

c. $\mu_{tot} = 10 \cdot \mu_X = 10 \cdot 250{,}4 = 2504$

$\sigma_{tot} = \sigma_X \cdot \sqrt{10} = 0{,}6\sqrt{10}$

$P(totaal < 2500) = normalcdf(-10^{99}, 2500, 2504, 0.6\sqrt{10}) = 0{,}018$

d. als de inhoud van een doos minder dan 2500 gram is, dan is de inhoud van een pakje gemiddeld minder dan $\frac{2500}{10} = 250$ gram

Opgave 74:

X is het gewicht van een koek

$\mu_{\overline{X}} = 104{,}5$

$\sigma_{\overline{X}} = \dfrac{\sigma_X}{\sqrt{16}} = \dfrac{10}{\sqrt{16}} = 2{,}5$

$P(\overline{X} \geq 100) = normalcdf(100, 10^{99}, 104.5, 2.5) = 0{,}964$ dus 96,4%

Opgave 75:

a. $normalcdf(-10^{99}, 100, 102, \sigma) = 0{,}15$

neem $y_1 = normalcdf(-10^{99}, 100, 102, X)$

kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 = 0{,}15$

dat geldt voor $X = 1{,}93$ dus $\sigma = 1{,}93$

b. X is de inhoud van een fles

$\mu_{\overline{X}} = 102$

$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{12}} = \frac{1{,}93}{\sqrt{12}}$

$P(\overline{X} < 100) = normalcdf(-10^{99}, 100, 102, \frac{1{,}93}{\sqrt{12}}) = 0{,}0002$

c. Y is het aantal kratten waarvan de gemiddelde vulinhoud per fles minder dan 100 cl is

$P(Y \geq 1) = 1 - P(Y = 0) = 1 - binompdf(25, 0.0002, 0) = 0{,}005$

d. Z is het aantal flessen met minder dan 100 cl inhoud

$P(Z \leq 2) = binomcdf(12, 0.15, 2) = 0{,}736$

Opgave 76:

$\mu_{\overline{X}} = 37$

$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} = \frac{5}{\sqrt{n}}$

$P(\overline{X} \geq 35) = normalcdf(35, 10^{99}, 37, \frac{5}{\sqrt{n}}) > 0{,}98$

neem $y_1 = normalcdf(35, 10^{99}, 37, \frac{5}{\sqrt{X}})$

kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 > 0{,}98$

dat geldt voor $X \geq 27$ dus minstens 27 bonbons in een doos

Opgave 77:

a. X is het gewicht van een theezakje

$P(X < 5) = normalcdf(-10^{99}, 5, 5.3, 0.5) = 0{,}274$

b. $\mu_{tot} = 20 \cdot \mu_X = 20 \cdot 5{,}3 = 106$

$\sigma_{tot} = \sigma_X \cdot \sqrt{20} = 0{,}5\sqrt{20}$

$P(totaal < 100) = normalcdf(-10^{99}, 100, 106, 0.5\sqrt{20}) = 0{,}004$

c. $\mu_{\overline{X}} = 5{,}3$

$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{20}} = \frac{0{,}5}{\sqrt{20}}$

$P(\overline{X} < 5{,}2 \ \vee \ \overline{X} > 5{,}4) = 2 \cdot P(\overline{X} < 5{,}2) = 2 \cdot normalcdf(-10^{99}, 5.2, 5.3, \frac{0.5}{\sqrt{20}}) = 0{,}371$

dus 37,1%

d. $\mu_{\overline{X}} = 5{,}3$

$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} = \frac{0{,}5}{\sqrt{n}}$

$P(\overline{X} < 5) = normalcdf(-10^{99}, 5, 5.3, \frac{0.5}{\sqrt{n}}) \leq 0{,}02$

neem $y_1 = normalcdf(-10^{99}, 5, 5.3, \frac{0.5}{\sqrt{X}})$

kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 \leq 0{,}02$

dat geldt voor $X \geq 12$ dus minstens 12 theezakjes in een doos