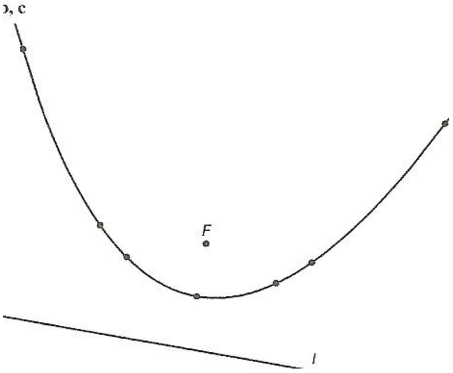
Hoofdstuk 11: Kegelsneden

11.1 De parabool

Opgave 1:



Opgave 2:

a. $d(P,F)=\sqrt{x^2+(y-\frac{1}{2}p)^2}$

$d(P,l)=y+\frac{1}{2}p$

$\sqrt{x^2+(y-\frac{1}{2}p)^2}=y+\frac{1}{2}p$

$x^2+(y-\frac{1}{2}p)^2=(y+\frac{1}{2}p)^2$

$x^2+y^2-py+\frac{1}{4}p^2=y^2+py+\frac{1}{4}p^2$

$x^2=2py$

b. Een parabool met brandpunt $F(-\frac{1}{2}p,0)$ en richtlijn $l:x=\frac{1}{2}p$. Dit is een liggende parabool met de opening naar links.

Opgave 3:

a. $\frac{1}{2}p=6$ dus $p=12$

$y^2=24x$

b. $-\frac{1}{2}p=8$ dus $p=-16$

$y^2=-32x$

c. $\frac{1}{2}p=-4$ dus $p=-8$

$x^2=-16y$

d. $\frac{1}{2}p=3$ dus $p=6$

$x^2=12y$

Opgave 4:

a. $x=2p\lambda^2 \quad \wedge \quad y=2p\lambda$

$y^2=(2p\lambda)^2=4p^2\lambda^2=2p\cdot 2p\lambda^2=2px$

dus $y^2=2px$

b. $x=6\lambda^2 \quad \wedge \quad y=6\lambda$

$y^2=(6\lambda)^2=36\lambda^2=6\cdot 6\lambda^2=6x$

dus $y^2=6x$

c. I: $y^2 = -x$

$y = \lambda$ dan $x = -y^2 = -\lambda^2$

dus $x = -\lambda^2 \quad \wedge \quad y = \lambda$

II: $y = \frac{1}{4}x^2$

$x = \lambda$ dan $y = \frac{1}{4}\lambda^2$

dus $x = \lambda \quad \wedge \quad y = \frac{1}{4}\lambda^2$

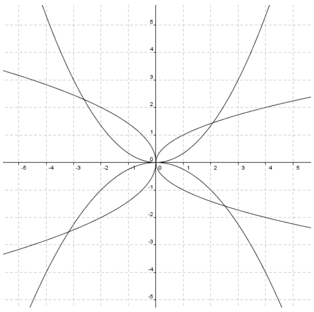
III: $y = 2x^2 + 5$

$x = \lambda$ dan $y = 2\lambda^2 + 5$

dus $x = \lambda \quad \wedge \quad y = 2\lambda^2 + 5$

Opgave 5:

a.



b. $y^2 = x \xrightarrow{T(5,6)} (y-6)^2 = x-5$

c. $p_2:\ y^2 = -2x \xrightarrow{T(5,6)} (y-6)^2 = -2(x-5)$

$p_3:\ x^2 = 3y \xrightarrow{T(5,6)} (x-5)^2 = -3(y-6)$

$p_4:\ x^2 = -4y \xrightarrow{T(5,6)} (x-5)^2 = -4(y-6)$

d. $y^2 = x$ heeft als top $(0,0)$, brandpunt $(\frac{1}{4},0)$ en richtlijn $x = -\frac{1}{4}$

$(y-6)^2 = x-5$ ontstaat uit $y^2 = x$ door $T(5,6)$

dus top $(5,6)$, brandpunt $(5\frac{1}{4},6)$ en richtlijn $x = 4\frac{3}{4}$

e. $p_2:\ y^2 = -2x$ heeft top $(0,0)$, brandpunt $(-\frac{1}{2},0)$ en richtlijn $x = \frac{1}{2}$

dus $(y-6)^2 = -2(x-5)$ heeft top $(5,6)$, brandpunt $(4\frac{1}{2},6)$ en richtlijn $x = 5\frac{1}{2}$

$p_3:\ x^2 = 3y$ heeft top $(0,0)$, brandpunt $(0,\frac{3}{4})$ en richtlijn $y = -\frac{3}{4}$

dus $(x-5)^2 = 3(y-6)$ heeft top $(5,6)$, brandpunt $(5,6\frac{3}{4})$ en richtlijn $y = 5\frac{1}{4}$

$p_4:\ x^2 = -4y$ heeft top $(0,0)$, brandpunt $(0,-1)$ en richtlijn $y = 1$

dus $(x-5)^2 = -4(y-6)$ heeft top $(5,6)$, brandpunt $(5,5)$ en richtlijn $y = 7$

Opgave 6:

a. $y^2 + 10y = 4x - 1$

$(y+5)^2 - 25 = 4x - 1$

$(y+5)^2 = 4x + 24$

$(y+5)^2 = 4(x+6)$

$y^2 = 4x$	top $(0,0)$	$F(1,0)$	$l:\ x = -1$	as: $y = 0$
$T(-6-5)$ dus	top $(-6,-5)$	$F(-5,-5)$	$l:\ x = -7$	as: $y = -5$

b. $x^2-6x=2y-3$

$(x-3)^2-9=2y-3$

$(x-3)^2=2y+6$

$(x-3)^2=2(y+3)$

$x^2=2y$	top $(0,0)$	$F(0,\frac{1}{2})$	$l:\ y=-\frac{1}{2}$	as: $x=0$
$T(3,-3)$	top $(3,-3)$	$F(3,-2\frac{1}{2})$	$l:\ y=-3\frac{1}{2}$	as: $x=3$

c. $y^2+5x+4y=1$

$(y+2)^2-4=-5x+1$

$(y+2)^2=-5x+5$

$(y+2)^2=-5(x-1)$

$y^2=-5x$	top $(0,0)$	$F(-1\frac{1}{4},0)$	$l:\ x=1\frac{1}{4}$	as: $y=0$
$T(1,-2)$	top $(1,-2)$	$F(-\frac{1}{4},-2)$	$l:\ x=2\frac{1}{4}$	as: $y=-2$

d. $y=-\frac{1}{4}x^2+3x-6$

$\frac{1}{4}x^2-3x=-y-6$

$x^2-12x=-4y-24$

$(x-6)^2-36=-4y-24$

$(x-6)^2=-4y+12$

$(x-6)^2=-4(y-3)$

$x^2=-4y$	top $(0,0)$	$F(0,-1)$	$l:\ y=1$	as: $x=0$
$T(6,3)$	top $(6,3)$	$F(6,2)$	$l:\ y=4$	as: $x=6$

Opgave 7:

a. $y^2=2px$ $\quad F(\frac{1}{2}p,0)$ $\quad l:\ x=-\frac{1}{2}p$

$T(a,b)$ $\quad F(\frac{1}{2}p+a,b)$ $\quad l:\ x=-\frac{1}{2}p+a$

b. $y=ax^2+bx+c$

$ax^2+bx=y-c$

$x^2+\frac{b}{a}x=\frac{1}{a}y-\frac{c}{a}$

$(x+\frac{b}{2a})^2-\frac{b^2}{4a^2}=\frac{1}{a}y-\frac{c}{a}$

$(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{1}{a}y+\frac{b^2}{4a^2}-\frac{c}{a}$

$(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{1}{a}(y+\frac{b^2}{4a}-c)$

$(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{1}{a}(y+\frac{b^2-4ac}{4a})$

als $x^2=\frac{1}{a}y$ dan $F=(0,\frac{1}{4a})$ $\quad l:\ y=-\frac{1}{4a}$

$T(-\frac{b}{2a},-\frac{b^2-4ac}{4a})$ $\quad F=(-\frac{b}{2a},\frac{1}{4a}-\frac{b^2-4ac}{4a})=(-\frac{b}{2a},\frac{1-b^2+4ac}{4a})$

$l:\ y=-\frac{1}{4a}-\frac{b^2-4ac}{4a}=\frac{-1-b^2+4ac}{4a}$

Opgave 8:

a. $y^2+ay=ax+a^2$

$(y+\frac{1}{2}a)^2-\frac{1}{4}a^2=ax+a^2$

$(y+\frac{1}{2}a)^2 = ax + 1\frac{1}{4}a^2$

$(y+\frac{1}{2}a)^2 = a(x+1\frac{1}{4}a)$

als $y^2 = ax$ dan top $(0,0)$ en $F(\frac{1}{4}a,0)$

$T(-1\frac{1}{4}a,-\frac{1}{2}a)$ dus top $(-1\frac{1}{4}a,-\frac{1}{2}a)$ en $F(-a,-\frac{1}{2}a)$

b. $(-a)^2 + (-\frac{1}{2}a)^2 = 10$

$a^2 + \frac{1}{4}a^2 = 10$

$1\frac{1}{4}a^2 = 10$

$a^2 = 8$

$a = 2\sqrt{2} \quad \vee \quad a = -2\sqrt{2}$

Opgave 9:

a. $\begin{cases} y^2 = 6x \\ y = 2x \end{cases}$

$4x^2 = 6x$

$4x^2 - 6x = 0$

$4x(x - 1\frac{1}{2}) = 0$

$x = 0 \quad \vee \quad x = 1\frac{1}{2}$

$y = 0 \quad \vee \quad y = 3$

$(0,0)$ en $(1\frac{1}{2},3)$

b. $(2x-1)^2 = 6x$

$4x^2 - 4x + 1 = 6x$

$4x^2 - 10x + 1 = 0$

$D = 100 - 16 = 84 > 0$ dus twee snijpunten

c. $(2x+\frac{3}{4})^2 = 6x$

$4x^2 + 3x + \frac{9}{16} = 6x$

$4x^2 - 3x + \frac{9}{16} = 0$

$D = 9 - 4\cdot 4\cdot \frac{9}{16} = 0$ dus 1 oplossing, dus het is een raakpunt

Opgave 10:

a. $y^2 = (\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4}$

$6x = 6\cdot\frac{3}{8} = \frac{18}{8} = \frac{9}{4} = y^2$ dus klopt

b. $y = \sqrt{6x}$

c. $y = \sqrt{6x} = (6x)^{\frac{1}{2}}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}(6x)^{-\frac{1}{2}}\cdot 6 = 3\cdot(6x)^{-\frac{1}{2}} = \frac{3}{\sqrt{6x}} = \frac{3}{y}$$

$$rc = \left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=\frac{3}{8}} = \frac{3}{\frac{3}{2}} = 2$$

$l: \quad y - \frac{3}{2} = 2(x - \frac{3}{8})$

Opgave 11:

a. $-8abp = -4p^2$ links en rechts delen door $-4p$ levert

$2ab = p$

je mag delen door p omdat $p \neq 0$

b. als $a = 0$ heb je te maken met een horizontale lijn en dat kan geen raaklijn worden aan de parabool.

Opgave 12:

a. als $y_A < 0$ dan ligt A op $y = -\sqrt{2px}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{2\sqrt{2px}} \cdot 2p = \frac{-p}{\sqrt{2px}} = \frac{p}{y}$$

dus $k: \quad y - y_A = \frac{p}{y_A}(x - x_A)$

$y = \frac{p}{y_A}(x - x_A) + y_A$

$y_A \cdot y = p(x - x_A) + {y_A}^2$

$y_A \cdot y = px - px_A + {y_A}^2$

$y_A \cdot y = px - px_A + 2px_A$

$y_A \cdot y = px + px_A$

b. $y_A = 0$ geeft $x_A = 0$ dus $A(0,0)$

dit geeft: $0 \cdot y = p \cdot x + p \cdot 0$

dus $x = 0$ als vergelijking van de raaklijn en dat klopt, want $x = 0$ is de raaklijn in de top $(0,0)$ van de parabool $y^2 = 2px$

Opgave 13:

a. $a = \frac{1}{4}$ en $p = 4$

$k: \quad y = \frac{1}{4}x + \dfrac{4}{2 \cdot \frac{1}{2}}$

$k: \quad y = \frac{1}{4}x + 8$

b. $-6y = 4x + 4 \cdot 4\frac{1}{2}$

$-6y = 4x + 18$

$y = -\frac{2}{3}x - 3$

c. raaklijn $m: \quad 4y = 4x + 4 \cdot 2$

$4y = 4x + 8$

$-x + y = 2$

normaal $n: \quad x + y = c$ door $(2,4)$

$x + y = 6$

Opgave 14:

a. $k: \quad y_A \cdot y = p \cdot x + p \cdot x_A$

snijpunt x-as dus $y = 0$

$p \cdot x_B + p \cdot x_A = 0$

$p(x_B + x_A) = 0$

$x_B = -x_A$

$k: \quad p \cdot x - y_A \cdot y = -p \cdot x_A$

$\vec{n}_k = \begin{pmatrix} p \\ -y_A \end{pmatrix}$

$\vec{r}_l = \begin{pmatrix} y_A \\ p \end{pmatrix}$

$l: \quad y_A \cdot x + p \cdot y = c$ door (x_A, y_A)

$y_A \cdot x + p \cdot y = x_A \cdot y_A + p \cdot y_A$

snijpunt *x*-as dus $y = 0$

$y_A \cdot x_C = x_A \cdot y_A + p \cdot y_A$

$x_C = x_A + p$

b. $B(-x_A, 0)$ en $C(x_A + p, 0)$

$BC = |2x_A + p|$

Opgave 15:

$y^2 = 2px \qquad F(\frac{1}{2}p, 0) \qquad l: \quad x = -\frac{1}{2}p$

$B(-\frac{1}{2}p, y_A)$

raaklijn in punt *A*: $\quad y_A \cdot y = p \cdot x + p \cdot x_A$

m is de middelloodlijn van *BF*

$\vec{r}_{BF} = \begin{pmatrix} p \\ -y_A \end{pmatrix} = \vec{n}_m$

M is het midden van *BF* dus $M = (0, \frac{1}{2}y_A)$

$m: \quad p \cdot x - y_A \cdot y = c$ door $(0, \frac{1}{2}y_A)$

$p \cdot x - y_A \cdot y = -\frac{1}{2}{y_A}^2$

$p \cdot x - y_A \cdot y = -\frac{1}{2} \cdot 2px_A$

$p \cdot x - y_A \cdot y = -p \cdot x_A$

$p \cdot x + p \cdot x_A = y_A \cdot y$ en dat is de raaklijn in punt *A*

Opgave 16:

a. $c: \quad (x - x_M)^2 + (y - y_M)^2 = r^2$

c raakt de *x*-as dus $y = 0$ en $x = x_M$

dus ${y_M}^2 = r^2$

c door $(0,2)$ dus ${x_M}^2 + (2 - y_M)^2 = r^2$

${x_M}^2 + (2 - y_M)^2 = {y_M}^2$

${x_M}^2 + 4 - 4y_M + {y_M}^2 = {y_M}^2$

${x_M}^2 + 4 - 4y_M = 0$

$-4y_M = -4 - {x_M}^2$

$y_M = \frac{1}{4}{x_M}^2 + 1$

dus voor alle middelpunten geldt: $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$

b. $c: \quad (x - x_M)^2 + (y - y_M)^2 = r^2$

c raakt de x-as dus $y=0$ en $x=x_M$
dus $y_M{}^2=r^2$
c door $(3,4)$ dus $(3-x_M)^2+(4-y_M)^2=r^2$
$(3-x_M)^2+(4-y_M)^2=y_M{}^2$
$(x_M-3)^2+16-8y_M+y_M{}^2=y_M{}^2$
$(x_M-3)^2=8y_M-16$
$(x_M-3)^2=8(y_M-2)$
dus de middelpunten liggen op de parabool $(x-3)^2=8(y-2)$

Opgave 17:

a. $k:\quad 4\cdot y=1\cdot x+1\cdot 8\quad$ dus $\quad x-4y=-8$
$l:\quad -2\cdot y=1\cdot x+1\cdot 2\quad$ dus $\quad x+2y=-2$

b. $$\begin{array}{l}\begin{cases}x-4y=-8\\ x+2y=-2 \quad -\end{cases}\\ \hline -6y=-6\\ y=1\\ x=-4\end{array}$$
dus $P(-4,1)$

c. $AB:\quad y-4=\frac{-2-4}{2-8}(x-8)$
$y=1\cdot(x-8)+4$
$y=x-4$

d. $P(-4,1)$ dus $1\cdot y=x-4$
dus $y=x-4$

Opgave 18:

a. k raakt de parabool $y^2=2px$ in het punt $A(x_A,y_A)$ dus $k:\quad y_A\cdot y=px+px_A$
lijn k gaat door het punt $P(x_P,y_P)$ dus $y_Ay_P=px_P+px_A$
l raakt de parabool $y^2=2px$ in het punt $B(x_B,y_B)$ dus $l:\quad y_B\cdot y=px+px_B$
lijn l gaat door het punt $P(x_P,y_P)$ dus $y_By_P=px_P+px_B$
punt A ligt op de lijn $y_P\cdot y=p\cdot x+p\cdot x_P$
punt B ligt op de lijn $y_P\cdot y=p\cdot x+p\cdot x_P$
dus $AB:\quad y_P\cdot y=p\cdot x+p\cdot x_P$ is een vergelijking van de poollijn van $P(x_P,y_P)$

b. de poollijn van $Q(x_Q,y_Q)$ ten opzichte van de parabool $y^2=2px$ is de lijn
$y_Q\cdot y=p\cdot x+p\cdot x_Q$
translatie over (x_T,y_T) geeft: de poollijn van $Q'(x_Q+x_T,y_Q+y_T)$ ten opzichte van de parabool $(y-y_T)^2=2p(x-x_T)$ is de lijn $y_Q\cdot(y-y_T)=p\cdot(x-x_T)+p\cdot x_Q$
$Q'=P(x_P,y_P)$ geeft $x_Q+x_T=x_P$ en $y_Q+y_T=y_P$
dus $x_Q=x_P-x_T$ en $y_Q=y_P-y_T$
dus de poollijn van $P(x_P,y_P)$ ten opzichte van de parabool $(y-y_T)^2=2p(x-x_T)$ is de lijn $(y_P-y_T)(y-y_T)=p(x-x_T)+p(x_P-x_T)$

Opgave 19:

a. de poollijn van $A(-4,-\frac{1}{2})$ ten opzichte van de parabool $y^2=\frac{1}{2}x$ is de lijn:

$-\frac{1}{2}y=\frac{1}{4}x+\frac{1}{4}\cdot-4$

dus $-\frac{1}{2}y=\frac{1}{4}x-1$

dus $\frac{1}{4}x=-\frac{1}{2}y+1$

dus $x=-2y+4$

de snijpunten van de poollijn met de parabool zijn:

$y^2=\frac{1}{2}(-2y+4)$

$y^2=-y+2$

$y^2+y-2=0$

$(y+2)(y-1)=0$

$y=-2 \quad \vee \quad y=1$

$x=8 \qquad\quad x=2$

raaklijn in $(2,1)$ is: $1\cdot y=\frac{1}{4}x+\frac{1}{4}\cdot 2$ dus $y=\frac{1}{4}x+2$

raaklijn in $(8,-2)$ is: $-2\cdot y=\frac{1}{4}x+\frac{1}{4}\cdot 8$ dus $y=-\frac{1}{8}x-1$

b. de poollijn van $B(1\frac{1}{2},1)$ ten opzichte van de parabool $y^2=-2x$ is de lijn:

$1\cdot y=-x-1\cdot 1\frac{1}{2}$

dus $y=-x-1\frac{1}{2}$

de snijpunten van de poollijn met de parabool zijn:

$(-x-1\frac{1}{2})^2=-2x$

$x^2+3x+2\frac{1}{4}=-2x$

$x^2+5x+2\frac{1}{4}=0$

$(x+4\frac{1}{2})(x+\frac{1}{2})=0$

$x=-4\frac{1}{2} \quad \vee \quad x=-\frac{1}{2}$

$y=3 \qquad\quad y=-1$

raaklijn in $(-4\frac{1}{2},3)$ is: $3\cdot y=-x+-1\cdot-4\frac{1}{2}$ dus $x+3y=4\frac{1}{2}$

raaklijn in $(-\frac{1}{2},-1)$ is: $-1\cdot y=-x+-1\cdot-\frac{1}{2}$ dus $x-y=\frac{1}{2}$

c. $y^2-2y=3x-10$

$(y-1)^2-1=3x-10$

$(y-1)^2=3x-9$

$(y-1)^2=3(x-3)$

de poollijn van $C(0,1)$ ten opzichte van de parabool is:

$(1-1)(y-1)=1\frac{1}{2}(x-3)+1\frac{1}{2}(0-3)$

dus $0=1\frac{1}{2}x-4\frac{1}{2}-4\frac{1}{2}$

$-1\frac{1}{2}x=-9$

$x=6$

de snijpunten van de poollijn met de parabool zijn:

$(y-1)^2=3(6-3)$

$(y-1)^2=9$

$y-1=3 \quad \vee \quad y-1=-3$

$y = 4 \quad \vee \quad y = -2$

raaklijn in $(6,4)$ is: $(4-1)(y-1) = 1\tfrac{1}{2}(x-3) + 1\tfrac{1}{2}(6-3)$

$3(y-1) = 1\tfrac{1}{2}x - 4\tfrac{1}{2} + 4\tfrac{1}{2}$

$3y - 3 = 1\tfrac{1}{2}x$

$3y = 1\tfrac{1}{2}x + 3$

$y = \tfrac{1}{2}x + 1$

raaklijn in $(6,-2)$ is: $(-2-1)(y-1) = 1\tfrac{1}{2}(x-3) + 1\tfrac{1}{2}(6-3)$

$-3(y-1) = 1\tfrac{1}{2}x - 4\tfrac{1}{2} + 4\tfrac{1}{2}$

$-3y + 3 = 1\tfrac{1}{2}x$

$-3y = 1\tfrac{1}{2}x - 3$

$y = -\tfrac{1}{2}x + 1$

Opgave 20:

a. $a = 1$ en $p = 2$ dus

$k: \quad y - 2 = 1 \cdot (x-3) + \tfrac{2}{2 \cdot 1}$

$y - 2 = x - 3 + 1$

$y = x$

b. $l: \quad (4-2)(y-2) = 2(x-3) + 2 \cdot (4-3)$

$2(y-2) = 2x - 6 + 2$

$2y - 4 = 2x - 4$

$2y = 2x$

$y = x$

c. raaklijn m in $(3\tfrac{1}{4},1)$ aan de parabool is:

$m: \quad (1-2)(y-2) = 2(x-3) + 2(3\tfrac{1}{4} - 3)$

$-1(y-2) = 2x - 6 + \tfrac{1}{2}$

$-y + 2 = 2x - 5\tfrac{1}{2}$

$-2x - y = -7\tfrac{1}{2}$

$2x + y = 7\tfrac{1}{2}$

$\vec{n}_m = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ dus $\vec{n}_n = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

$n: \quad x - 2y = c$ door $(3\tfrac{1}{4},1)$

$x - 2y = 1\tfrac{1}{4}$

Opgave 21:

a. $y = -x + 3$ vermenigvuldiging met -2 geeft $-2y = 2x - 6$

b. $y^2 = 4x$ dus $p = 2$

dus de poollijn heeft vergelijking $y_P y = 2x + 2x_P$

dus $y_P = -2$ en $x_P = -3$

dus $P(-3,-2)$

c. $4x - 7y = 8$

$-7y = -4x + 8$

$3\frac{1}{2}y = 2x - 4$

$y_Q = 3\frac{1}{2}$ en $2x_Q = -4$ dus $x_Q = -2$

dus $Q(-2, 3\frac{1}{2})$

Opgave 22:

a. $4y^2 = 9x$

$y^2 = 2\frac{1}{4}x$

$k: \ \frac{5}{8}y = \frac{9}{8}x + \frac{9}{8} \cdot -3\frac{1}{2}$

$\frac{5}{8}y = \frac{9}{8}x - \frac{63}{16}$

$10y = 18x - 63$

$18x - 10y = 63$

b. de poollijn van $(-2, \frac{3}{4})$ ten opzichte van $y^2 = 2\frac{1}{4}x$ is:

$\frac{3}{4}y = \frac{9}{8}x + \frac{9}{8} \cdot -2$

$6y = 9x - 18$

$y = 1\frac{1}{2}x - 3$

de snijpunten van de poollijn met de parabool zijn:

$(1\frac{1}{2}x - 3)^2 = 2\frac{1}{4}x$

$2\frac{1}{4}x^2 - 9x + 9 = 2\frac{1}{4}x$

$2\frac{1}{4}x^2 - 11\frac{1}{4}x + 9 = 0$

$9x^2 - 45x + 36 = 0$

$x^2 - 5x + 4 = 0$

$(x-1)(x-4) = 0$

$x = 1 \quad \vee \quad x = 4$

$y = -1\frac{1}{2} \quad\quad y = 3$

raaklijn in $(1, -1\frac{1}{2})$ is: $-1\frac{1}{2}y = \frac{9}{8}x + \frac{9}{8} \cdot 1$

$\frac{9}{8}x + 1\frac{1}{2}y = -\frac{9}{8}$

$3x + 4y = -3$

raaklijn in $(4,3)$ is: $3y = \frac{9}{8}x + \frac{9}{8} \cdot 4$

$\frac{9}{8}x - 3y = -4\frac{1}{2}$

$3x - 8y = -12$

c. $9x + 24y = 45$

$24y = -9x + 45$

$-3y = \frac{9}{8}x - \frac{45}{8}$

$y_C = -3$ en $\frac{9}{8}x_C = -\frac{45}{8}$ dus $x_C = -5$

dus $C(-5, -3)$

Opgave 23:

de poollijn van $P(-2,2)$ ten opzichte van de parabool $y^2 = 2p(x-a)$ is de lijn k met:

$k: \ 2y = p(x-a) + p(-2-a)$

$2y = px - ap - 2p - ap$

$2y = px - 2ap - 2p$

$l:\quad 3x+y=12$

$y=-3x+12$

$2y=-6x+24$

dus $p=-6$ en $-2ap-2p=24$

$12a+12=24$

$12a=12$

$a=1$