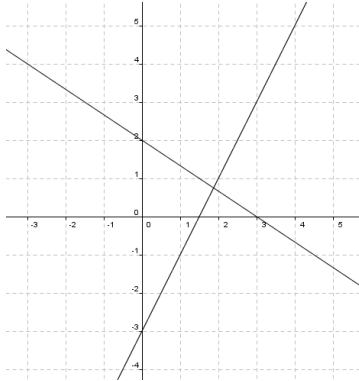


## Hoofdstuk 9: Lijnen en cirkels.

### 9.1 Vergelijkingen van lijnen.

#### Opgave 1:

a.



b.  $y = 2x - 3$

$$2x - y = 3$$

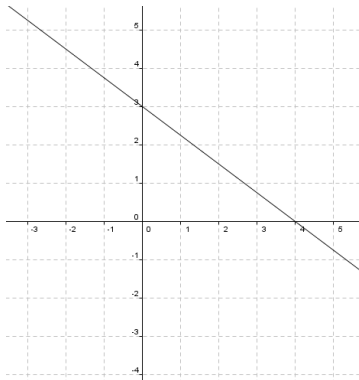
c.  $2x + 3y = 6$

$$3y = -2x + 6$$

$$y = -\frac{2}{3}x + 2$$

#### Opgave 2:

a.



b.  $3 \cdot 8 + 4 \cdot -3 = 24 - 12 = 12$  dus punt  $A$  ligt op lijn  $k$

$$3 \cdot 5 + 4 \cdot -1 = 15 - 4 = 11 \text{ dus punt } B \text{ ligt niet op lijn } k$$

$$3 \cdot -6 + 4 \cdot 7\frac{1}{2} = -18 + 30 = 12 \text{ dus punt } C \text{ ligt op lijn } k$$

$$3 \cdot 2p + 4 \cdot (3 - 1\frac{1}{2}p) = 6p + 12 - 6p = 12 \text{ dus punt } D \text{ ligt op lijn } k$$

c.  $3q + 4(q + 1) = 12$

$$3q + 4q + 4 = 12$$

$$7q = 8$$

$$q = \frac{8}{7}$$

d.  $3x + 4y = c$  door  $(5, 6)$

$$15 + 24 = c \text{ dus } c = 39$$

$$l: 3x + 4y = 39$$

e.  $3x + 4y = c$  door  $(p, 2p)$

$$3p + 8p = c$$

$$c = 11p$$

$$m: 3x + 4y = 11p$$

### **Opgave 3:**

a. snijpunt met  $x$ -as:  $y = 0$

$$2x = 12$$

$$x = 6 \text{ dus } (6,0)$$

snijpunt met  $y$ -as:  $x = 0$

$$3y = 12$$

$$y = 4 \text{ dus } (0,4)$$

b.  $2x + 3y = 12$

deel links en rechts door 12

$$\frac{x}{6} + \frac{y}{4} = 1$$

c.  $\frac{x}{6}$  levert in de noemer het snijpunt met de  $x$ -as

$\frac{y}{4}$  levert in de noemer het snijpunt met de  $y$ -as

### **Opgave 4:**

a.  $y = 0$

$$\frac{x}{a} = 1$$

$$x = a \text{ dus } (a,0)$$

b.  $x = 0$

$$\frac{y}{b} = 1$$

$$y = b \text{ dus } (0,b)$$

### **Opgave 5:**

a.  $rc = 2$

b.  $3 - 3 = 2 \cdot (4 - 4)$

$$0 = 0 \text{ klopt}$$

c.  $rc = m$

$$y_A - y_A = m \cdot (x_A - x_A)$$

$$0 = 0 \text{ klopt}$$

d.  $rc = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = m$

$$y - y_A = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \cdot (x - x_A)$$

### **Opgave 6:**

$$\begin{cases} 4x + 3y = 12 & \times 1 \\ 3x - y = -9 & \times 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 3y = 12 \\ 9x - 3y = -27 \end{cases} +$$

$$13x = -15$$

$$x = -\frac{15}{13}$$

$$-\frac{45}{13} - y = -9$$

$$-y = -5\frac{7}{13}$$

$$y = 5\frac{7}{13}$$

dus het snijpunt is  $(-\frac{15}{13}, 5\frac{7}{13})$

### **Opgave 7:**

a.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} = 1$

dus lijn  $k$ :  $x - 2y = 2$

$$\frac{x}{5} + \frac{y}{-3} = 1$$

dus lijn  $l$ :  $3x - 5y = 15$

b.  $\begin{cases} x - 2y = 2 & \times 5 \\ 3x - 5y = 15 & \times 2 \end{cases}$

$$\begin{cases} 5x - 10y = 10 \\ 6x - 10y = 30 \end{cases} -$$

$$\underline{\hspace{1.5cm}}$$

$$-x = -20$$

$$x = 20$$

$$20 - 2y = 2$$

$$-2y = -18$$

$$y = 9$$

dus het snijpunt is  $(20, 9)$

### **Opgave 8:**

a.  $k$ :  $y - 1 = \frac{3-1}{4-2} \cdot (x - 2)$

$$y - 1 = 1 \cdot (x - 2)$$

$$y - 1 = x - 2$$

$$y = x - 1$$

$$l$$
:  $y - 5 = \frac{0-5}{4-(-1)} \cdot (x - (-1))$

$$y - 5 = -1 \cdot (x + 1)$$

$$y - 5 = -x - 1$$

$$y = -x + 4$$

b.  $x - 1 = -x + 4$

$$2x = 5$$

$$x = 2\frac{1}{2}$$

$$y = 1\frac{1}{2}$$

dus het snijpunt is  $(2\frac{1}{2}, 1\frac{1}{2})$

**Opgave 9:**

- a. Jan mist de lijn  $x = 0$ , van een verticale lijn bestaat de rc niet, dus kun je de vergelijking niet schrijven in de vorm  $y = ax + b$

Harm mist de lijn  $y = 3$

$$\frac{x}{p} + \frac{3}{3} = 1$$

$$\frac{x}{p} = 0 \text{ voor geen enkele waarde van } p \text{ komt hier 0 uit}$$

- b.  $x = 4$   
c.  $y = 0$

**Opgave 10:**

- a.  $rc = -2$  door het punt  $(0, p)$   
b. door het punt  $(-6, 4)$  met  $rc = p$   
c.  $m: px + 3y = 6$   
 $3y = -px + 6$   
 $y = -\frac{1}{3}x + 2$   
door het punt  $(0, 2)$  met  $rc = -\frac{1}{3}p$   
d. door het punt  $(p, 0)$  en  $(0, 2p)$

**Opgave 11:**

- a.  $3p + 10 = 8$   
 $3p = -2$   
 $p = -\frac{2}{3}$   
b.  $3p = 8$   
 $p = \frac{8}{3}$   
c.  $p : 2 = 3 : 5$   
 $p = \frac{3}{\frac{2}{2}} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$   
d.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{5} = 1$   
 $5x + 2y = 10$   
 $p = 5$

**Opgave 12:**

- a.  $\frac{3}{p} + \frac{4}{p+2} = 1$   
 $\frac{3(p+2)}{p(p+2)} + \frac{4p}{p(p+2)} = 1$   
 $\frac{3(p+2) + 4p}{p(p+2)} = 1$   
 $3(p+2) + 4p = p(p+2)$   
 $3p + 6 + 4p = p^2 + 2p$   
 $p^2 - 5p - 6 = 0$

$$(p-6)(p+1) = 0$$

$$p = 6 \quad \vee \quad p = -1$$

b.  $\frac{x}{p} + \frac{y}{p+2} = 1$

$$\frac{y}{p+2} = -\frac{x}{p} + 1$$

$$y = -\frac{p+2}{p} \cdot x + p + 2$$

$$rc = -\frac{p+2}{p} = 2$$

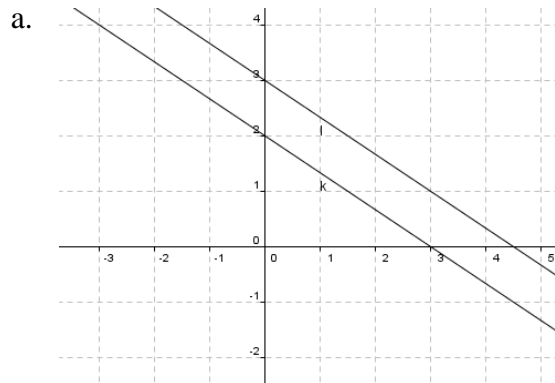
$$-(p+2) = 2p$$

$$-p - 2 = 2p$$

$$-3p = 2$$

$$p = -\frac{2}{3}$$

### Opgave 13:



b.

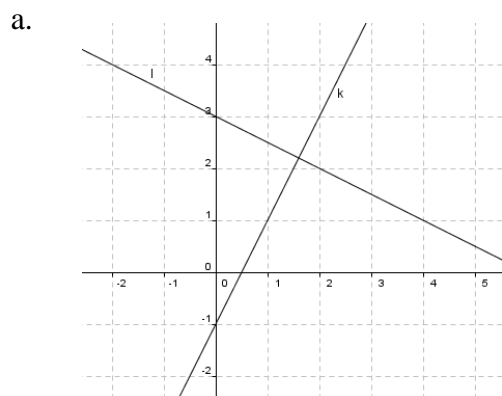
$$\begin{cases} 2x + 3y = 6 & \times 2 \\ 4x + 6y = 18 & \times 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 6y = 12 \\ 4x + 6y = 18 & - \end{cases}$$

$0 = -6$  klopt niet, dus geen oplossingen

c.  $2:3 = 4:6$

### Opgave 14:



- b.  $rc_k = 2$  dus  $\tan \alpha = 2$  dus  $\alpha = 63,4^\circ$   
 $rc_l = -\frac{1}{2}$  dus  $\tan \beta = -\frac{1}{2}$  dus  $\beta = -26,6^\circ$   
 het verschil tussen  $\alpha$  en  $\beta$  is  $90^\circ$  dus staan de lijnen loodrecht op elkaar

**Opgave 15:**

a.  $\frac{3}{p-1} = \frac{p}{p+4}$   
 $p(p-1) = 3(p+4)$   
 $p^2 - p = 3p + 12$   
 $p^2 - 4p - 12 = 0$   
 $(p-6)(p+2) = 0$   
 $p = 6 \quad \vee \quad p = -2$

b.  $rc_k \cdot rc_l = -1$   
 $-\frac{3}{p} \cdot -\frac{p-1}{p+4} = -1$   
 $\frac{3(p-1)}{p(p+4)} = -1$   
 $3p-3 = -p(p+4)$   
 $3p-3 = -p^2-4p$   
 $p^2+7p-3=0$   
 $p = \frac{-7 \pm \sqrt{61}}{2}$

**Opgave 16:**

$$\frac{p}{q+3} = \frac{q}{p-1} = \frac{4}{1}$$

$$\frac{p}{q+3} = \frac{4}{1}$$

$$p = 4(q+3)$$

$$p = 4q+12$$

$$\frac{q}{p-1} = \frac{4}{1}$$

$$q = 4(p-1)$$

$$q = 4p-4$$

$$q = 4(4q+12)-4$$

$$q = 16q+48-4$$

$$-15q = 44$$

$$q = -\frac{44}{15}$$

$$p = 4 \cdot -\frac{44}{15} + 12 = \frac{4}{15}$$

**Opgave 17:**

a.  $rc_{AB} = \frac{8-2}{3-1} = \frac{6}{2} = 3$

$$rc_{AB} \cdot rc_m = -1$$

$$rc_m = \frac{-1}{rc_{AB}} = -\frac{1}{3}$$

punt  $M$  is het midden van  $AB$  dus  $M(2,5)$

$$y - 5 = -\frac{1}{3}(x - 2)$$

$$y - 5 = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 5\frac{2}{3}$$

- b. omdat  $d(C, A) = d(C, B)$  ligt punt  $C$  op de middelloodlijn van  $AB$   
dus punt  $C$  is het snijpunt van de lijnen  $l$  en  $m$

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{3}x + 5\frac{2}{3} \\ 2x - 3y = 6 \end{cases}$$

$$2x - 3(-\frac{1}{3}x + 5\frac{2}{3}) = 6$$

$$2x + x - 17 = 6$$

$$3x = 23$$

$$x = 7\frac{2}{3}$$

$$y = -\frac{1}{3} \cdot 7\frac{2}{3} + 5\frac{2}{3} = 3\frac{1}{9}$$

### **Opgave 18:**

punt  $M$  is het snijpunt van de middelloodlijnen van  $\triangle OAB$ .

$$rc_{OA} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

lijn  $l$  is de middelloodlijn van  $OA$  dus  $rc_l = \frac{-1}{\frac{1}{4}} = -4$

punt  $P$  is het midden van  $OA$  dus  $P(4,1)$

$$\text{lijn } l: y - 1 = -4 \cdot (x - 4)$$

$$y - 1 = -4x + 16$$

$$y = -4x + 17$$

$$rc_{OB} = \frac{6}{2} = 3$$

lijn  $m$  is de middelloodlijn van  $OB$  dus  $rc_{OB} = \frac{-1}{3} = -\frac{1}{3}$

punt  $Q$  is het midden van  $OB$  dus  $Q(1,3)$

$$\text{lijn } m: y - 3 = -\frac{1}{3} \cdot (x - 1)$$

$$y - 3 = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 3\frac{1}{3}$$

$$\text{snijpunt van } l \text{ en } m: -4x + 17 = -\frac{1}{3}x + 3\frac{1}{3}$$

$$-3\frac{2}{3}x = -13\frac{2}{3}$$

$$x = 3\frac{8}{11}$$

$$y = -4 \cdot 3\frac{8}{11} + 17 = 2\frac{1}{11}$$

dus het middelpunt is  $(3\frac{8}{11}, 2\frac{1}{11})$

### **Opgave 19:**

- a.  $x_B = p$  dus  $y_B = -3 \cdot x_B + 10 = -3p + 10$

dus  $B(p, -3p + 10)$

- b.  $rc_{OB} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3p + 10}{p}$   
 $rc_{AB} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3p + 10 - 2}{p - 6} = \frac{-3p + 8}{p - 6}$
- c.  $\angle OBA = 90^\circ$  dus  $rc_{AB} \cdot rc_{OB} = -1$   
 $\frac{-3p + 8}{p - 6} \cdot \frac{-3p + 10}{p} = -1$   
 $(-3p + 8)(-3p + 10) = -p(p - 6)$   
 $9p^2 - 54p + 80 = -p^2 + 6p$   
 $10p^2 - 60p + 80 = 0$   
 $p^2 - 6p + 8 = 0$   
 $(p - 2)(p - 4) = 0$   
 $p = 2 \quad \vee \quad p = 4$
- d.  $B(2, 4) \quad \vee \quad B(4, -2)$

### **Opgave 20:**

punt C is het punt  $(p, p - 2)$

$$rc_{AC} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{p - 2 - 2}{p - 2} = \frac{p - 4}{p - 2}$$

$$rc_{BC} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{p - 2}{p - 10}$$

$$rc_{AC} \cdot rc_{BC} = -1$$

$$\frac{p - 4}{p - 2} \cdot \frac{p - 2}{p - 10} = -1$$

$$(p - 4)(p - 2) = -(p - 2)(p - 10)$$

$$p^2 - 6p - 8 = -p^2 + 12p - 20$$

$$2p^2 - 18p + 28 = 0$$

$$p^2 - 9p + 14 = 0$$

$$(p - 2)(p - 7) = 0$$

$$p = 2 \quad \vee \quad p = 7$$

$$C(2, 0) \quad \vee \quad C(7, 5)$$

punt C ligt boven de x-as dus  $C(7, 5)$