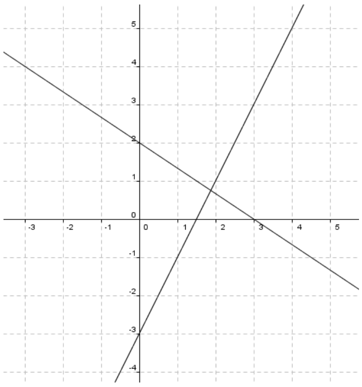
Hoofdstuk 9: Lijnen en cirkels.

9.1 Vergelijkingen van lijnen.

Opgave 1:

a.



b. $y = 2x - 3$

$2x - y = 3$

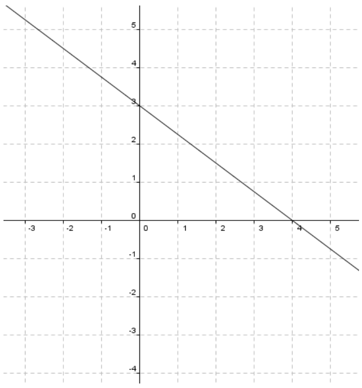
c. $2x + 3y = 6$

$3y = -2x + 6$

$y = -\frac{2}{3}x + 2$

Opgave 2:

a.



b. $3 \cdot 8 + 4 \cdot -3 = 24 - 12 = 12$ dus punt A ligt op lijn k

$3 \cdot 5 + 4 \cdot -1 = 15 - 4 = 11$ dus punt B ligt niet op lijn k

$3 \cdot -6 + 4 \cdot 7\frac{1}{2} = -18 + 30 = 12$ dus punt C ligt op lijn k

$3 \cdot 2p + 4 \cdot (3 - 1\frac{1}{2}p) = 6p + 12 - 6p = 12$ dus punt D ligt op lijn k

c. $3q + 4(q + 1) = 12$

$3q + 4q + 4 = 12$

$7q = 8$

$q = \frac{8}{7}$

d. $3x + 4y = c$ door $(5,6)$

$15 + 24 = c$ dus $c = 39$

$l: \quad 3x + 4y = 39$

e. $3x + 4y = c$ door $(p, 2p)$

$3p + 8p = c$
$c = 11p$
$m: \quad 3x + 4y = 11p$

Opgave 3:

a. snijpunt met *x*-as: $y = 0$
$2x = 12$
$x = 6$ dus $(6,0)$
snijpunt met *y*-as: $x = 0$
$3y = 12$
$y = 4$ dus $(0,4)$

b. $2x + 3y = 12$
deel links en rechts door 12
$\frac{x}{6} + \frac{y}{4} = 1$

c. $\frac{x}{6}$ levert in de noemer het snijpunt met de *x*-as
$\frac{y}{4}$ levert in de noemer het snijpunt met de *y*-as

Opgave 4:

a. $y = 0$
$\frac{x}{a} = 1$
$x = a$ dus $(a,0)$

b. $x = 0$
$\frac{y}{b} = 1$
$y = b$ dus $(0,b)$

Opgave 5:

a. $rc = 2$

b. $3 - 3 = 2 \cdot (4 - 4)$
$0 = 0$ klopt

c. $rc = m$
$y_A - y_A = m \cdot (x_A - x_A)$
$0 = 0$ klopt

d. $rc = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = m$
$$y - y_A = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \cdot (x - x_A)$$

Opgave 6:

$$\begin{cases} 4x + 3y = 12 & \times 1 \\ 3x - y = -9 & \times 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x+3y=12 \\ 9x-3y=-27 \end{cases} \quad +$$

$13x=-15$

$x=-\frac{15}{13}$

$-\frac{45}{13}-y=-9$

$-y=-5\frac{7}{13}$

$y=5\frac{7}{13}$

dus het snijpunt is $(-\frac{15}{13},5\frac{7}{13})$

Opgave 7:

a. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}=1$

dus lijn $k: \quad x-2y=2$

$\frac{x}{5}+\frac{y}{-3}=1$

dus lijn $l: \quad 3x-5y=15$

b. $\begin{cases} x-2y=2 & \times 5 \\ 3x-5y=15 & \times 2 \end{cases}$

$$\begin{cases} 5x-10y=10 \\ 6x-10y=30 \end{cases} \quad -$$

$-x=-20$

$x=20$

$20-2y=2$

$-2y=-18$

$y=9$

dus het snijpunt is $(20,9)$

Opgave 8:

a. $k: \quad y-1=\frac{3-1}{4-2}\cdot(x-2)$

$y-1=1\cdot(x-2)$

$y-1=x-2$

$y=x-1$

$l: \quad y-5=\frac{0-5}{4--1}\cdot(x--1)$

$y-5=-1\cdot(x+1)$

$y-5=-x-1$

$y=-x+4$

b. $x-1=-x+4$

$2x=5$

$x=2\frac{1}{2}$

$y=1\frac{1}{2}$

dus het snijpunt is $(2\frac{1}{2},1\frac{1}{2})$

Opgave 9:

a. Jan mist de lijn $x = 0$, van een verticale lijn bestaat de rc niet, dus kun je de vergelijking niet schrijven in de vorm $y = ax + b$

Harm mist de lijn $y = 3$

$\frac{x}{p} + \frac{3}{3} = 1$

$\frac{x}{p} = 0$ voor geen enkele waarde van p komt hier 0 uit

b. $x = 4$

c. $y = 0$

Opgave 10:

a. $rc = -2$ door het punt $(0, p)$

b. door het punt $(-6,4)$ met $rc = p$

c. $m: \quad px + 3y = 6$

$3y = -px + 6$

$y = -\frac{1}{3}px + 2$

door het punt $(0,2)$ met $rc = -\frac{1}{3}p$

d. door het punt $(p,0)$ en $(0,2p)$

Opgave 11:

a. $3p + 10 = 8$

$3p = -2$

$p = -\frac{2}{3}$

b. $3p = 8$

$p = \frac{8}{3}$

c. $p : 2 = 3 : 5$

$p = \frac{3}{2\frac{1}{2}} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$

d. $\frac{x}{2} + \frac{y}{5} = 1$

$5x + 2y = 10$

$p = 5$

Opgave 12:

a. $\frac{3}{p} + \frac{4}{p+2} = 1$

$\frac{3(p+2)}{p(p+2)} + \frac{4p}{p(p+2)} = 1$

$\frac{3(p+2) + 4p}{p(p+2)} = 1$

$3(p+2) + 4p = p(p+2)$

$3p + 6 + 4p = p^2 + 2p$

$p^2 - 5p - 6 = 0$

$(p-6)(p+1)=0$
$p=6 \quad \vee \quad p=-1$

b. $\frac{x}{p}+\frac{y}{p+2}=1$

$\frac{y}{p+2}=-\frac{x}{p}+1$

$y=-\frac{p+2}{p}\cdot x+p+2$

$rc=-\frac{p+2}{p}=2$

$-(p+2)=2p$

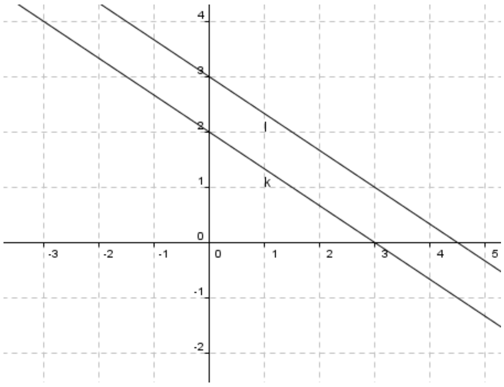
$-p-2=2p$

$-3p=2$

$p=-\frac{2}{3}$

Opgave 13:

a.



b. $\begin{cases} 2x+3y=6 & \times 2 \\ 4x+6y=18 & \times 1 \end{cases}$

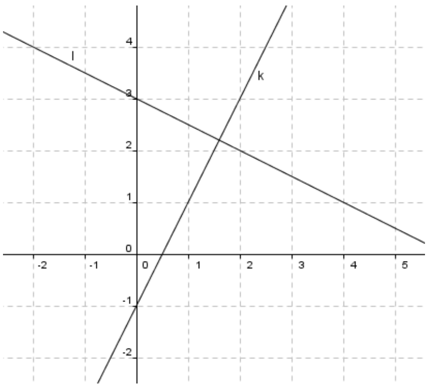
$\begin{cases} 4x+6y=12 \\ 4x+6y=18 \quad - \end{cases}$

$0=-6$ klopt niet, dus geen oplossingen

c. $2:3=4:6$

Opgave 14:

a.



b. $rc_k = 2$ dus $\tan\alpha = 2$ dus $\alpha = 63{,}4°$

$rc_l = -\frac{1}{2}$ dus $\tan\beta = -\frac{1}{2}$ dus $\beta = -26{,}6°$

het verschil tussen α en β is $90°$ dus staan de lijnen loodrecht op elkaar

Opgave 15:

a. $\frac{3}{p-1} = \frac{p}{p+4}$

$p(p-1) = 3(p+4)$

$p^2 - p = 3p + 12$

$p^2 - 4p - 12 = 0$

$(p-6)(p+2) = 0$

$p = 6 \quad \vee \quad p = -2$

b. $rc_k \cdot rc_l = -1$

$-\frac{3}{p} \cdot -\frac{p-1}{p+4} = -1$

$\frac{3(p-1)}{p(p+4)} = -1$

$3p - 3 = -p(p+4)$

$3p - 3 = -p^2 - 4p$

$p^2 + 7p - 3 = 0$

$p = \frac{-7 \pm \sqrt{61}}{2}$

Opgave 16:

$\frac{p}{q+3} = \frac{q}{p-1} = \frac{4}{1}$

$\frac{p}{q+3} = \frac{4}{1}$

$p = 4(q+3)$

$p = 4q + 12$

$\frac{q}{p-1} = \frac{4}{1}$

$q = 4(p-1)$

$q = 4p - 4$

$q = 4(4q+12) - 4$

$q = 16q + 48 - 4$

$-15q = 44$

$q = -\frac{44}{15}$

$p = 4 \cdot -\frac{44}{15} + 12 = \frac{4}{15}$

Opgave 17:

a. $rc_{AB} = \frac{8-2}{3-1} = \frac{6}{2} = 3$

$rc_{AB} \cdot rc_m = -1$

$rc_m = \dfrac{-1}{rc_{AB}} = -\frac{1}{3}$

punt M is het midden van AB dus $M(2,5)$

$y - 5 = -\frac{1}{3}(x - 2)$

$y - 5 = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

$y = -\frac{1}{3}x + 5\frac{2}{3}$

b. omdat $d(C, A) = d(C, B)$ ligt punt C op de middelloodlijn van AB
dus punt C is het snijpunt van de lijnen l en m

$\begin{cases} y = -\frac{1}{3}x + 5\frac{2}{3} \\ 2x - 3y = 6 \end{cases}$

$2x - 3(-\frac{1}{3}x + 5\frac{2}{3}) = 6$

$2x + x - 17 = 6$

$3x = 23$

$x = 7\frac{2}{3}$

$y = -\frac{1}{3} \cdot 7\frac{2}{3} + 5\frac{2}{3} = 3\frac{1}{9}$

Opgave 18:

punt M is het snijpunt van de middelloodlijnen van ΔOAB .

$rc_{OA} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

lijn l is de middelloodlijn van OA dus $rc_l = \dfrac{-1}{\frac{1}{4}} = -4$

punt P is het midden van OA dus $P(4,1)$

lijn l: $y - 1 = -4 \cdot (x - 4)$

$y - 1 = -4x + 16$

$y = -4x + 17$

$rc_{OB} = \frac{6}{2} = 3$

lijn m is de middelloodlijn van OB dus $rc_{OB} = \dfrac{-1}{3} = -\frac{1}{3}$

punt Q is het midden van OB dus $Q(1,3)$

lijn m: $y - 3 = -\frac{1}{3} \cdot (x - 1)$

$y - 3 = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$

$y = -\frac{1}{3}x + 3\frac{1}{3}$

snijpunt van l en m: $-4x + 17 = -\frac{1}{3}x + 3\frac{1}{3}$

$-3\frac{2}{3}x = -13\frac{2}{3}$

$x = 3\frac{8}{11}$

$y = -4 \cdot 3\frac{8}{11} + 17 = 2\frac{1}{11}$

dus het middelpunt is $(3\frac{8}{11}, 2\frac{1}{11})$

Opgave 19:

a. $x_B = p$ dus $y_B = -3 \cdot x_B + 10 = -3p + 10$

dus $B(p,-3p+10)$

b. $rc_{OB}=\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{-3p+10}{p}$

$rc_{AB}=\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{-3p+10-2}{p-6}=\dfrac{-3p+8}{p-6}$

c. $\angle OBA=90^\circ$ dus $rc_{AB}\cdot rc_{OB}=-1$

$\dfrac{-3p+8}{p-6}\cdot\dfrac{-3p+10}{p}=-1$

$(-3p+8)(-3p+10)=-p(p-6)$

$9p^2-54p+80=-p^2+6p$

$10p^2-60p+80=0$

$p^2-6p+8=0$

$(p-2)(p-4)=0$

$p=2 \quad \vee \quad p=4$

d. $B(2,4) \quad \vee \quad B(4,-2)$

Opgave 20:

punt C is het punt $(p,p-2)$

$rc_{AC}=\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{p-2-2}{p-2}=\dfrac{p-4}{p-2}$

$rc_{BC}=\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{p-2}{p-10}$

$rc_{AC}\cdot rc_{BC}=-1$

$\dfrac{p-4}{p-2}\cdot\dfrac{p-2}{p-10}=-1$

$(p-4)(p-2)=-(p-2)(p-10)$

$p^2-6p-8=-p^2+12p-20$

$2p^2-18p+28=0$

$p^2-9p+14=0$

$(p-2)(p-7)=0$

$p=2 \quad \vee \quad p=7$

$C(2,0) \quad \vee \quad C(7,5)$

punt C ligt boven de x-as dus $C(7,5)$