9.5 Pool, poollijn, macht en machtlijn.

<u>Opgave 58:</u>

a. de raaklijn door (x_A, y_A) is $x_A \cdot x + y_A \cdot y = r^2$
raaklijn door $(-1{,}2)$ is $-x + 2y = 5$
raaklijn door $(2{,}-1)$ is $2x - y = 5$

b. P is het snijpunt van k en l

$$\begin{cases} -x + 2y = 5 \\ 2x - y = 5 \end{cases} \quad \begin{vmatrix} \times 1 \\ \times 2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} -x + 2y = 5 \\ 4x - 2y = 10 \quad + \end{cases}$$

$$3x = 15$$
$$x = 5$$
$$10 - y = 5$$
$$-y = -5$$
$$y = 5$$
$$P(5{,}5)$$

c. $rc_{AB} = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{-1-2}{2--1} = \dfrac{-3}{3} = -1$

lijn AB: $y - 2 = -(x+1)$
$y - 2 = -x - 1$
$x + y = 1$

$P(5{,}5)$ dus $5x + 5y = 5$
$x + y = 1$

<u>Opgave 59:</u>

<u>Opgave 60:</u>

a. $c_2: \quad (x - x_M)^2 + (y - y_M)^2 = r^2 \xrightarrow{T(-x_m,-y_M)} (x + x_M - x_M)^2 + (y + y_M - y_M)^2 = r^2$
dus $c_1: \quad x^2 + y^2 = r^2$
$P(x_P, y_P) \xrightarrow{T(-x_M, y_M)} P'(x_P - x_M, y_P - y_M)$
$k: \quad (x_P - x_M) \cdot x + (y_P - y_M) \cdot y = r^2$

b. door de translatie van c_1, k en P' over (x_M, y_M) krijg je de poollijn van P en c_2.
$k: (x_P - x_M) \cdot x + (y_P - y_M) \cdot y = r^2 \xrightarrow{T(x_M, y_M)}$
$k': (x_P - x_M)(x - x_M) + (y_P - y_M)(y - y_M) = r^2$

c. $\underline{n}_l = \begin{pmatrix} x_P - x_M \\ y_P - y_M \end{pmatrix}$

$\underline{r}_{MP} = \begin{pmatrix} x_P - x_M \\ y_P - y_M \end{pmatrix} = \underline{n}_l$

dus $PM \perp l$

Opgave 61:

a. poollijn l van A is: $4x + 8y = 40$

$4x = 40 - 8y$

$x = 10 - 2y$

l snijden met c geeft:

$(10 - 2y)^2 + y^2 = 40$

$100 - 40y + 4y^2 + y^2 = 40$

$5y^2 - 40y + 60 = 0$

$y^2 - 8y + 12 = 0$

$(y - 2)(y - 6) = 0$

$y = 2 \quad \vee \quad y = 6$

$x = 6 \qquad\quad x = -2$

raaklijn in $(6,2)$ is: $6x + 2y = 40$

raaklijn in $(-2,6)$ is: $-2x + 6y = 40$

b. $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$

$(x - 2)^2 - 4 + (y - 1)^2 - 1 = 0$

$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 5$

de poollijn van B is:

$(1 - 2)(x - 2) + (4 - 1)(y - 1) = 5$

$-(x - 2) + 3(y - 1) = 5$

$-x + 2 + 3y - 3 = 5$

$-x + 3y = 6$

$-x = 6 - 3y$

$l: \quad x = 3y - 6$

l snijden met c geeft:

$(3y - 6 - 2)^2 + (y - 1)^2 = 5$

$(3y - 8)^2 + (y - 1)^2 = 5$

$9y^2 - 48y + 64 + y^2 - 2y + 1 = 5$

$10y^2 - 50y + 60 = 0$

$y^2 - 5y + 6 = 0$

$(y - 2)(y - 3) = 0$

$y = 2 \quad \vee \quad y = 3$

$x = 0 \qquad\quad x = 3$

raaklijn door $(0,2)$ is:

$(0 - 2)(x - 2) + (2 - 1)(y - 1) = 5$

$-2(x - 2) + y - 1 = 5$

$-2x + 4 + y - 1 = 5$

$-2x + y = 2$

raaklijn door $(3,3)$ is:

$(3 - 2)(x - 2) + (3 - 1)(y - 1) = 5$

$x - 2 + 2(y - 1) = 5$

$x - 2 + 2y - 2 = 5$

$x + 2y = 9$

Opgave 62:

a. $y = -2x + 5$

$2x + y = 5$

$4x + 2y = 10$

b. bij de cirkel $x^2 + y^2 = 10$ en $P(x_P, y_P)$ is de poollijn van P de lijn $x_P \cdot x + y_P \cdot y = 10$

dus als $P(4,2)$ krijg je de lijn $4x + 2y = 10$

c. $y = -x - 4$

$x + y = -4$

$-2\tfrac{1}{2}x - 2\tfrac{1}{2}y = 10$

dus $Q(-2\tfrac{1}{2}, -2\tfrac{1}{2})$

Opgave 63:

a. de poollijn l van A is:

$2rx + 0y = r^2$

$2rx = r^2$

$l: \quad x = \tfrac{1}{2}r$

l snijden met c geeft:

$(\tfrac{1}{2}r)^2 + y^2 = r^2$

$\tfrac{1}{4}r^2 + y^2 = r^2$

$y^2 = \tfrac{3}{4}r^2$

$y = \tfrac{1}{2}r\sqrt{3} \quad \vee \quad y = -\tfrac{1}{2}r\sqrt{3}$

raaklijn in $(\tfrac{1}{2}r, \tfrac{1}{2}r\sqrt{3})$ is: $\tfrac{1}{2}rx + \tfrac{1}{2}r\sqrt{3} \cdot y = r^2$

dus $x + y\sqrt{3} = 2r$

raaklijn in $(\tfrac{1}{2}r, -\tfrac{1}{2}r\sqrt{3})$ is: $\tfrac{1}{2}rx - \tfrac{1}{2}r\sqrt{3} \cdot y = r^2$

dus $x - y\sqrt{3} = 2r$

b. de poollijn l van B is:

$0x + 4ry = r^2$

$4y = r$

$y = \tfrac{1}{4}r$

l snijden met c geeft:

$x^2 + (\tfrac{1}{4}r)^2 = r^2$

$x^2 + \tfrac{1}{16}r^2 = r^2$

$x^2 = \tfrac{15}{16}r^2$

$x = \tfrac{1}{4}r\sqrt{15} \quad \vee \quad x = -\tfrac{1}{4}r\sqrt{15}$

raaklijn in $(\tfrac{1}{4}r\sqrt{15}, \tfrac{1}{4}r)$ is: $\tfrac{1}{4}r\sqrt{15} \cdot x + \tfrac{1}{4}r \cdot y = r^2$

dus: $x\sqrt{15} + y = 4r$

raaklijn in $(-\tfrac{1}{4}r\sqrt{15}, \tfrac{1}{4}r)$ is: $-\tfrac{1}{4}r\sqrt{15} \cdot x + \tfrac{1}{4}r \cdot y = r^2$

dus: $-x\sqrt{15} + y = 4r$

c. de poollijn l van C is:

$r \cdot x + 2r \cdot y = r^2$

$r \cdot x = r^2 - 2r \cdot y$
$x = r - 2y$
l snijden met c geeft:
$(r-2y)^2 + y^2 = r^2$
$r^2 - 4r \cdot y + 4y^2 + y^2 = r^2$
$5y^2 - 4r \cdot y = 0$
$y(5y - 4r) = 0$
$y = 0 \quad \vee \quad 5y = 4r$
$y = 0 \quad \vee \quad y = \frac{4}{5}r$
$x = r \qquad\quad x = -\frac{3}{5}r$
raaklijn in $(r,0)$ is: $r \cdot x + 0 \cdot y = r^2$
dus: $x = r$
raaklijn in $(-\frac{3}{5}r, \frac{4}{5}r)$ is: $-\frac{3}{5}r \cdot x + \frac{4}{5}r \cdot y = r^2$
dus: $3x - 4y = -5r$

<u>Opgave 64:</u>

a. $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 20 = 0$
$(x-4)^2 - 16 + (y-3)^2 - 9 + 20 = 0$
$(x-4)^2 + (y-3)^2 = 5$
poollijn l door $(0,0)$: $(0-4)(x-4) + (0-3)(y-3) = 5$
$-4(x-4) - 3(y-3) = 5$
$-4x + 16 - 3y + 9 = 5$
$-4x - 3y = -20$
$-4x = 3y - 20$
$x = -\frac{3}{4}y + 5$
l snijden met c geeft:
$(-\frac{3}{4}y + 5 - 4)^2 + (y-3)^2 = 5$
$(-\frac{3}{4}y + 1)^2 + (y-3)^2 = 5$
$\frac{9}{16}y^2 - 1\frac{1}{2}y + 1 + y^2 - 6y + 9 = 5$
$1\frac{9}{16}y^2 - 7\frac{1}{2}y + 5 = 0$
$25y^2 - 120y + 80 = 0$
$$y = \frac{120 \pm \sqrt{6400}}{50} = \frac{120 \pm 80}{50}$$
$y = 4 \quad \vee \quad y = \frac{4}{5}$
$x = 2 \qquad\quad x = 4\frac{2}{5}$
raaklijn door $(2,4)$ is: $(2-4)(x-4) + (4-3)(y-3) = 5$
$-2x + 8 + y - 3 = 5$ ofwel $2x - y = 0$
raaklijn door $(4\frac{2}{5}, \frac{4}{5})$ is: $(4\frac{2}{5} - 4)(x-4) + (\frac{4}{5} - 3)(y-3) = 5$
$\frac{2}{5}x - \frac{8}{5} - 2\frac{1}{5}y + 6\frac{3}{5} = 5$ ofwel $2x - 11y = 0$

b. poollijn l door $(3,0)$: $(3-4)(x-4) + (0-3)(y-3) = 5$
$-(x-4) - 3(y-3) = 5$

$-x+4-3y+9=5$
$-x-3y=-8$
$-x=3y-8$
$x=-3y+8$
l snijden met c geeft:
$(-3y+8-4)^2+(y-3)^2=5$
$(-3y+4)^2+(y-3)^2=5$
$9y^2-24y+16+y^2-6y+9=5$
$10y^2-30y+20=0$
$y^2-3y+2=0$
$(y-1)(y-2)=0$
$y=1 \quad \vee \quad y=2$
$x=5 \qquad\quad x=2$
raaklijn door $(5,1)$ is: $(5-4)(x-4)+(1-3)(y-3)=5$
$x-4-2y+6=5$ ofwel $x-2y=3$
raaklijn door $(2,2)$ is: $(2-4)(x-4)+(2-3)(y-3)=5$
$-2x+8-y+3=5$ ofwel $2x+y=6$

Opgave 65:

$x^2+y^2-10x-4y+4=0$
$(x-5)^2-25+(y-2)^2-4+4=0$
$(x-5)^2+(y-2)^2=25$

a. $(-6-5)(x-5)+(4-2)(y-2)=25$
$-11(x-5)+2(y-2)=25$
$-11x+55+2y-4=25$
$-11x+2y=-26$

b. k: $(8-5)(x-5)+(6-2)(y-2)=25$
$3(x-5)+4(y-2)=25$
$3x-15+4y-8=25$
$3x+4y=48$
snijpunt met de y-as: $0+4y=48$
$y=12$ dus $C(0,12)$
poollijn l van C:
$(0-5)(x-5)+(12-2)(y-2)=25$
$-5(x-5)+10(y-2)=25$
$-5x+25+10y-20=25$
$-5x+10y=20$
$-5x=-10y+20$
$x=2y-4$
l snijden met c geeft:
$(2y-4-5)^2+(y-2)^2=25$
$(2y-9)^2+(y-2)^2=25$
$4y^2-36y+81+y^2-4y+4=25$

$5y^2 - 40y + 60 = 0$
$y^2 - 8y + 12 = 0$
$(y-2)(y-6) = 0$
$y = 2 \quad \vee \quad y = 6$
$x = 0 \qquad x = 8$
dus $D(0,2)$

Opgave 66:

a. $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$
$(x-3)^2 - 9 + (y-1)^2 - 1 + 5 = 0$
$(x-3)^2 + (y-1)^2 = 5$
$M(3,1)$

b. $PM = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

c. $PM^2 - r^2 = 45 - 5 = 40$
P invullen geeft: $9^2 + 4^2 - 6 \cdot 9 - 2 \cdot 4 + 5 = 40$
de uitkomsten zijn gelijk

d. $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$
$(x + \frac{1}{2}a)^2 - \frac{1}{4}a^2 + (y + \frac{1}{2}b)^2 - \frac{1}{4}b^2 + c = 0$
$(x + \frac{1}{2}a)^2 + (y + \frac{1}{2}b)^2 = \frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}b^2 - c$
$M(-\frac{1}{2}a, -\frac{1}{2}b)$
$PM = \sqrt{(x_P + \frac{1}{2}a)^2 + (y_P + \frac{1}{2}b)^2}$
$$\begin{aligned} PM^2 - r^2 &= (x_P + \tfrac{1}{2}a)^2 + (y_P + \tfrac{1}{2}b)^2 - (\tfrac{1}{4}a^2 + \tfrac{1}{4}b^2 - c) \\ &= x_P{}^2 + ax_P + \tfrac{1}{4}a^2 + y_P{}^2 + by_P + \tfrac{1}{4}b^2 - \tfrac{1}{4}a^2 - \tfrac{1}{4}b^2 + c \\ &= x_P{}^2 + y_P{}^2 + ax_P + by_P + c \end{aligned}$$

Opgave 67:

a. als r de straal van c_1 is geldt: $r^2 = (-1)^2 + 2^2 - 8 \cdot -1 - 4 \cdot 2 + 10 = 15$
$c_1: \quad (x+1)^2 + (y-2)^2 = 15$
$c_4: \quad (x-1)^2 + (y-4)^2 - 9 = 0$

b. als r de straal is van c_3 geldt: $r^2 = (6-1)^2 + (5-4)^2 - 9 = 17$
$c_3: \quad (x-6)^2 + (y-5)^2 = 17$

Opgave 68:

$c_1: \quad x^2 + y^2 - 8x - 2y + 12 = 0$
$c_2: \quad x^2 + y^2 = 10y + 2$
$x^2 + y^2 - 10y - 2 = 0$
$x^2 + (y-5)^2 - 25 - 2 = 0$
$x^2 + (y-5)^2 - 27 = 0$
$M_{c_2} = (0,5)$
als r de straal is van cirkel c_3 met $M(0,5)$ die c_1 loodrecht snijdt, geldt:

$r^2 = 0^2 + 5^2 - 8\cdot 0 - 2\cdot 5 + 12 = 27$
$c_3:\quad x^2 + (y-5)^2 = 27$ en dat is de vergelijking van c_2 dus $c_2 = c_3$, dus c_1 en c_2 snijden elkaar loodrecht

Opgave 69:

a. $P(p,0)$

$c_1:\quad (p+1)^2 + (0-5)^2 = 10$
$p^2 + 2p + 1 + 25 = 10$
$p^2 + 2p + 16 = 0$
$c_2:\quad (p-7)^2 + (0-2)^2 = 5$
$p^2 - 14p + 49 + 4 = 5$
$p^2 - 14p + 48 = 0$
$p^2 + 2p + 16 = p^2 - 14p + 48$
$16p = 32$
$p = 2$
$P(2,0)$

b. $Q(q, 6-q)$

$c_3:\quad q^2 + (6-q)^2 - 8 = 0$
$q^2 + 36 - 12q + q^2 - 8 = 0$
$2q^2 - 12q + 28 = 0$
$c_4:\quad q^2 + (6-q)^2 - 12\cdot q + 34 = 0$
$q^2 + 36 - 12q + q^2 - 12q + 34 = 0$
$2q^2 - 24q + 70 = 0$
$2q^2 - 12q + 28 = 2q^2 - 24q + 70$
$12q = 42$
$q = 3\tfrac{1}{2}$
$Q(3\tfrac{1}{2}, 2\tfrac{1}{2})$

Opgave 70:

a. $c_2:\quad x^2 + y^2 + 4x + 8y + 10 = 0$

$(x+2)^2 - 4 + (y+4)^2 - 16 + 10 = 0$
$(x+2)^2 + (y+4)^2 - 10 = 0$
$M_{c_2}(-2,-4)$

als r de straal van de cirkel c_3 is die c_1 loodrecht snijdt, geldt:
$r^2 = (-2)^2 + (-4)^2 - 6\cdot -2 - 2\cdot -4 + 5 = 45$
$c_3:\quad (x+2)^2 + (y+4)^2 = 45$

b. $c_1:\quad x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$

$(x-3)^2 - 9 + (y-1)^2 - 1 + 5 = 0$
$(x-3)^2 + (y-1)^2 = 5$
$M_{c_1}(3,1)$ en $M_{c_2}(-2,-4)$

lijn M_1M_2 : $y-1=\frac{-4-1}{-2-3}\cdot(x-3)$

$y-1=x-3$

$y=x-2$

punt $P(p,p-2)$

$(p-3)^2+(p-2-1)^2-5=(p+2)^2+(p-2+4)^2-10$

$p^2-6p+9+p^2-6p+9-5=p^2+4p+4+p^2+4p+4-10$

$-20p=-15$

$p=\frac{3}{4}$

$P(\frac{3}{4},-1\frac{1}{4})$

c. $P(x,y)$ heeft macht 20 t.o.v. c_1 dus

$(x-3)^2+(y-1)^2-5=20$

$(x-3)^2+(y-1)^2=25$

Opgave 71:

Stel c_1 : $(x-x_M)^2+(y-y_M)^2=r_1^2$ en c_2 : $(x-x_M)^2+(y-y_M)^2=r_2^2$

Als $P(x_P,y_P)$ gelijke machten tot c_1 en c_2 heeft dan geldt:

$(x-x_P)^2+(y-y_P)^2-r_1^2=(x-x_P)^2+(y-y_P)^2-r_2^2$

Dus $-r_1^2=-r_2^2$

Dus $r_1^2=r_2^2$

Dit kan niet want gegeven was dat $r_1^2\neq r_2^2$

Dus er is geen punt *P* dat gelijke machten heeft tot c_1 en c_2.

Opgave 72:

a. $x_P{}^2+y_P{}^2-4=x_P{}^2+y_P{}^2-8x_P-8y_P+30$

$8x_P+8y_P=34$

$4x_P+4y_P=17$

b. de punten *P* liggen op de lijn $4x+4y=17$

c. $x_P{}^2+y_P{}^2+ax_P+by_P+c=x_P{}^2+y_P{}^2+px_P+qy_P+r$

$ax_P-px_P+by_P-qy_P+c-r=0$

$(a-p)x_P+(b-q)y_P+c-r=0$

dus de punten *P* liggen op de lijn : $(a-p)x+(b-q)y+c-r=0$

Opgave 73:

c_1 : $x^2+y^2-5=0$

c_2 : $x^2+y^2+2x-4y-10=0$

machtlijn van c_1 en c_2 is: $x^2+y^2-5=x^2+y^2+2x-4y-10$

$2x-4y=5$

raaklijn door *A* aan c_1 is: $x+2y=5$

$$\begin{cases}2x-4y=5 & \times 1\\ x+2y=5 & \times 2\end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 4y = 5 \\ 2x + 4y = 10 \quad + \end{cases}$$

$$4x = 15$$
$$x = 3\tfrac{3}{4}$$
$$3\tfrac{3}{4} + 2y = 5$$
$$2y = 1\tfrac{1}{4}$$
$$y = \tfrac{5}{8}$$
$$M(3\tfrac{3}{4}, \tfrac{5}{8})$$
$$r^2 = (3\tfrac{3}{4})^2 + (\tfrac{5}{8})^2 - 5 = 9\tfrac{29}{64}$$
$$c_3: \quad (x - 3\tfrac{3}{4})^2 + (y - \tfrac{5}{8})^2 = 9\tfrac{29}{64}$$

Opgave 74:

machtlijn van c_1 en c_2 is: $x^2 + y^2 - 5 = x^2 + y^2 - 8x - 6y + 15$

$$8x + 6y = 20$$
$$8x = 20 - 6y$$
$$x = 2\tfrac{1}{2} - \tfrac{3}{4}y$$

$$(2\tfrac{1}{2} - \tfrac{3}{4}y)^2 + y^2 = 5$$
$$6\tfrac{1}{4} - 3\tfrac{3}{4}y + \tfrac{9}{16}y^2 + y^2 = 5$$
$$1\tfrac{9}{16}y^2 - 3\tfrac{3}{4}y + 1\tfrac{1}{4} = 0$$
$$25y^2 - 60y + 20 = 0$$
$$y = \frac{60 \pm \sqrt{1600}}{50} = \frac{60 \pm 40}{50}$$
$$y = \tfrac{2}{5} \quad \vee \quad y = 2$$
$$x = 2\tfrac{1}{5} \qquad x = 1$$
$(2\tfrac{1}{5}, \tfrac{2}{5})$ en $(1,2)$

Opgave 75:

$$c_1: \quad x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$
$$(x + \tfrac{1}{2}a)^2 - \tfrac{1}{4}a^2 + (y + \tfrac{1}{2}b)^2 - \tfrac{1}{4}b^2 + c = 0$$
$$M_1(-\tfrac{1}{2}a, -\tfrac{1}{2}b)$$
$$c_2: \quad x^2 + y^2 + px + qy + r = 0$$
$$(x + \tfrac{1}{2}p)^2 - \tfrac{1}{4}p^2 + (y + \tfrac{1}{2}q)^2 - \tfrac{1}{4}q^2 + r = 0$$
$$M_2(-\tfrac{1}{2}p, -\tfrac{1}{2}q)$$
$$rc_{M_1M_2} = \frac{-\tfrac{1}{2}q + \tfrac{1}{2}b}{-\tfrac{1}{2}p + \tfrac{1}{2}a} = \frac{-q + b}{-p + a}$$

machtlijn k van c_1 en c_2 is: $x^2 + y^2 + ax + by + c = x^2 + y^2 + px + qy + r$

$$ax - px + by - qy = r - c$$
$$(a - p)x + (b - q)y = r - c$$
$$(b - q)y = (p - a)x + r - c$$

$$y = \frac{p-a}{b-q} \cdot x + \frac{r-c}{b-q}$$

$rc_k = \dfrac{p-a}{b-q}$

$rc_k \cdot rc_{M_1M_2} = \dfrac{p-a}{b-q} \cdot \dfrac{-q+b}{-p+a} = \dfrac{p-a}{b-q} \cdot \dfrac{b-q}{a-p} = \dfrac{p-a}{a-p} = \dfrac{-(a-p)}{a-p} = -1$

dus $k \perp M_1M_2$

Opgave 76:

machtlijn van c_1 en c_2: $x^2 + y^2 - 4 = x^2 + y^2 - 12x - 6y + 26$

$12x + 6y = 30$

$2x + y = 5$

$y = -2x + 5$

stel punt *P* ligt op de machtlijn, dan geldt: $P(p, -2p+5)$

punt *P* heeft macht 6 ten opzichte van c_1 dus:

$p^2 + (-2p+5)^2 - 4 = 6$

$p^2 + 4p^2 - 20p + 25 - 4 = 6$

$5p^2 - 20p + 15 = 0$

$p^2 - 4p + 3 = 0$

$(p-1)(p-3) = 0$

$p = 1 \quad \vee \quad p = 3$

dus $(1,3)$ en $(3,-1)$

Opgave 77:

a. $(x-2)^2 + (y-1)^2 - 5 = (x-8)^2 + (y+2)^2 - 8$

$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 - 5 = x^2 - 16x + 64 + y^2 + 4y + 4 - 8$

$12x - 6y = 60$

$2x - y = 10$ dus $y = 2x - 10$

b. stel punt *P* op de machtlijn *k*, dan geldt $P(p, 2p-10)$

punt *P* heeft macht 8 ten opzichte van c_1 dus:

$(p-2)^2 + (2p-10-1)^2 - 5 = 8$

$p^2 - 4p + 4 + 4p^2 - 44p + 121 - 5 = 8$

$5p^2 - 48p + 112 = 0$

$p = \dfrac{48 \pm \sqrt{64}}{10} = \dfrac{48 \pm 8}{10}$

$p = 4 \quad \vee \quad p = 5\frac{3}{5}$

dus $(4,-2)$ en $(5\frac{3}{5}, 1\frac{1}{5})$

c. stel punt *P* op de machtlijn *k*, dan geldt $P(p, 2p-10)$

de macht van *P* ten opzichte van c_1 is:

$$
\begin{aligned}
macht &= (p-2)^2 + (2p-10-1)^2 - 5 \\
&= p^2 - 4p + 4 + 4p^2 - 44p + 121 - 5 \\
&= 5p^2 - 48p + 120
\end{aligned}
$$

de macht is minimaal als $\left[macht\right]' = 0$

$\left[macht\right]' = 10p - 48 = 0$

$10p = 48$

$p = 4\frac{4}{5}$

$P(4\frac{4}{5}, -\frac{2}{5})$